以下のパルス系列を印加する場合について、

(a) ($\pi/2$-パルス x方向) - τ - (π-パルスy方向) - τ (spin-echo)

$\gamma_n \Delta H_0 = \Delta\omega_0$ として、t 秒後のスピン関数の時間変化は、以下のように書ける。

$$|\psi'(t)\rangle = |\exp[(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)]\exp(iI_y\pi)\exp(iI_z\Delta\omega_0\tau)\exp(iI_x\pi/2)|M_0\rangle$$

ここで、$\langle M_0|I_z|M_0\rangle = M_0$

$I'_y(t)$の期待値：

$$M'_y(t) = \langle\psi'(t)|I_y(t)|\psi'(t)\rangle = M_0 \cos \Delta\omega_0 (t-2\tau)$$

となることを示し、スピンエコー強度が レポート3a の結果と同じになることを示せ。

$$\exp(-i\theta I_z)I_y\exp(i\theta I_z) = I_y\cos\theta - I_x\sin\theta$$
$$\exp(-i\theta I_x)I_y\exp(i\theta I_x) = I_y\cos\theta + I_z\sin\theta$$
$$\exp(-i\theta I_x)I_z\exp(i\theta I_x) = I_z\cos\theta - I_y\sin\theta$$

$$M'_y(t) = \langle\psi'(t)|I_y|\psi'(t)\rangle$$
$$= \langle M_0|\exp(-iI_x\pi/2)\exp(-iI_z\Delta\omega_0\tau)\exp(-iI_y\pi)\exp[-(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)]|I_y|$$
$$\exp[(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)]\exp(iI_y\pi)\exp(iI_z\Delta\omega_0\tau)\exp(iI_x\pi/2)|M_0\rangle$$

$$\exp[-(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)]|I_y|\exp[(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)] = ①: I_y\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)] - ②: I_x\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$

$$\exp(-iI_y\pi)①\exp(iI_y\pi) = ③: I_y\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$
$$\exp(-iI_y\pi)②\exp(iI_y\pi) = -[I_x\cos\pi - I_z\sin\pi]\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$
$$= ④: I_x\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$
$$\exp(-iI_z\Delta\omega_0\tau)③\exp(iI_z\Delta\omega_0\tau) = ⑤: [I_y\cos(\Delta\omega_0\tau) - I_x\sin(\Delta\omega_0\tau)]\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$
$$\exp(-iI_z\Delta\omega_0\tau)④\exp(iI_z\Delta\omega_0\tau) = ⑥: [I_x\cos(\Delta\omega_0\tau) + I_y\sin(\Delta\omega_0\tau)]\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$

ここで、$\langle M_0|I_z|M_0\rangle = M_0$ から、

$$\exp(-iI_x\pi/2)⑤\exp(iI_x\pi/2) = [I_y\cos\pi/2 + I_z\sin\pi/2]\cos(\Delta\omega_0\tau)\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$
$$= [I_z\sin\pi/2]\cos(\Delta\omega_0\tau)\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)] = +I_z\cos(\Delta\omega_0\tau)\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$

$$\exp(-iI_x\pi/2)⑥\exp(iI_x\pi/2) = [I_z\sin\pi/2 + I_y\cos\pi/2]\sin(\Delta\omega_0\tau)\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$
$$= I_z\sin(\Delta\omega_0\tau)\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)]$$

$$M'_y(t) = \langle M_0|I_z|M_0\rangle\{\cos(\Delta\omega_0\tau)\cos[\Delta\omega_0(t-\tau)] + \sin(\Delta\omega_0\tau)\sin[\Delta\omega_0(t-\tau)\}$$
$$= M_0\cos[\Delta\omega_0(t-2\tau)]$$

NMRレポート3

印加直後の初期条件として、$\langle M_{y'}|I_y|M_{y'}\rangle = M_0$　として、

$$M'_y(t) = \langle\psi'(t)|I_y|\psi'(t)\rangle = \langle M_{y'}|\exp(-iI_z\Delta\omega_0\tau)\exp(-iI_y\pi)\exp[-(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)]|I_y|\exp[(iI_z\Delta\omega_0(t-\tau)]\exp(iI_y\pi)\exp(iI_z\Delta\omega_0\tau)|M_{y'}\rangle$$

を計算し、同じ結果になること示せ。

NMRレポート4：

下記のようなパルス系列：(π/2: x方向) - τ - (π/2: x方向) -T - (π/2: x方向)　によって　$t=T+\tau$ で観測できるスティミュレートエコー、および $t = 2T - 2\tau$ と $t = 2T$で観測できるスピンエコーの強度をM_0を用いて表せ。

$\gamma_n\Delta H_0=\Delta\omega_0$ として、t 秒後の波動関数の時間変化は、

$$|\psi'(t)\rangle = |\exp[(iI_z\Delta\omega_0(t-T)]\exp(iI_x\pi/2)\exp[(iI_z\Delta\omega_0(T-\tau)]\exp(iI_x\pi/2)\exp(iI_z\Delta\omega_0\tau)\ |M_{y'}\rangle$$

となる。　ここで、$\langle M_{y'}|I_y|M_{y'}\rangle = M_0$