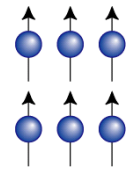
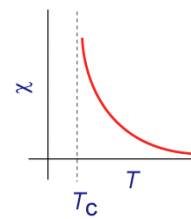


磁気関連のノーベル賞受賞について

1900年代前半 **ピエール・キュリー**
 キュリー則の発見
 放射能の研究によりマリー夫人と共同受賞
 (1903年ノーベル物理学賞)

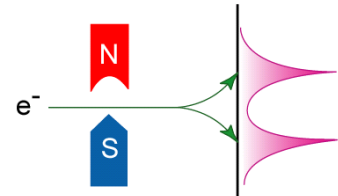


Curie-Weiss - law



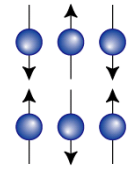
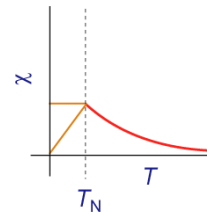
強磁性状態

1920~30年代 **スターン**
 原子線の方法の開発と陽子の磁気モーメントの発見
 (1943年ノーベル物理学賞)



光の分布

1930~40年代 **ネール**
 反強磁性と強磁性に関する基礎的研究
 (1970年ノーベル物理学賞)



反強磁性状態

「巨大磁気抵抗効果の発見」 に2007年ノーベル物理学賞



図1 アルベール・フェール先生とペーター・グ
 ルンベルグ先生。

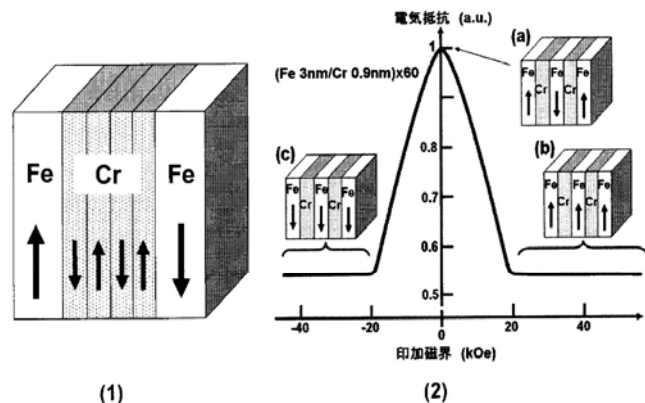


図2 (1) 強磁性層間の磁氣的結合の模式図。層状反強磁性体 (1 原子層ごとに磁化の向きが反転する物質) である Cr を偶数原子層挟めば 2 つの Fe 層の磁化は反平行に配置するのではないだろうか? (2) 4.2 K における Fe/Cr 人工格子の電気抵抗の外部磁界依存性。① (a) 外部磁界が無いときは、強磁性層間の反強磁性的な結合により隣り合う磁化が反平行になっている。(b, c) 外部から磁界を加えると磁化が磁界の向きに平行に揃い抵抗値が下がる。

スピントロニクスへの展開

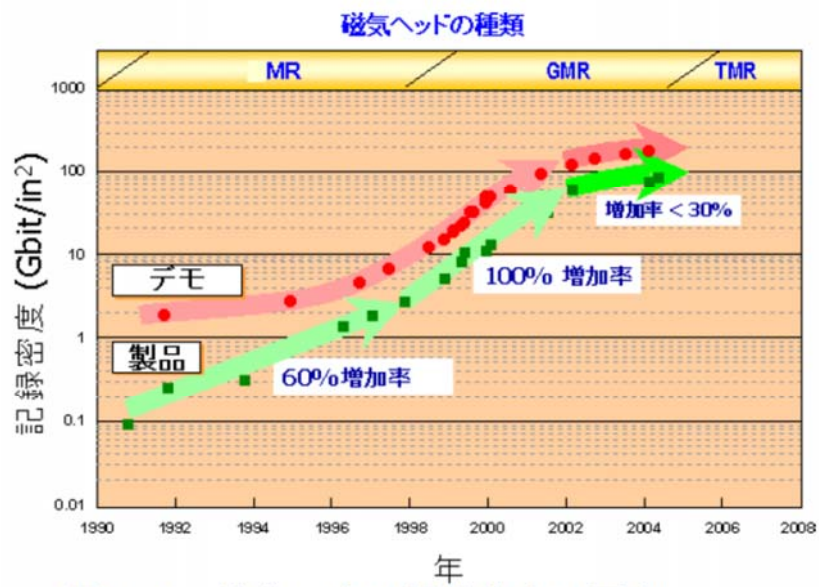


図2: ハードディスクの記録密度の歴史

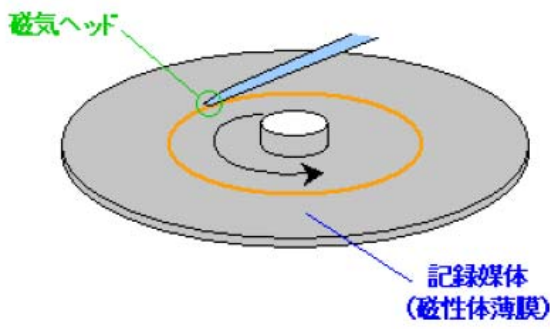
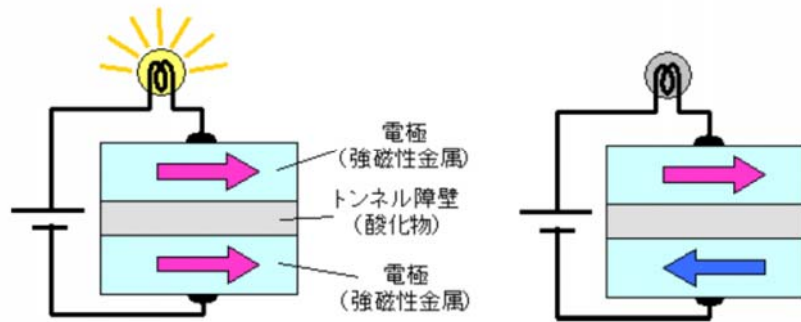


図1(A): ハードディスクの構造

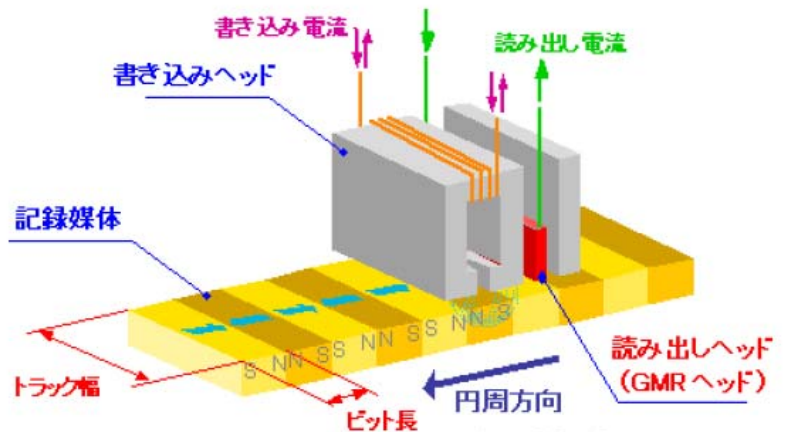


図1(B): 磁気ヘッドの構造

磁気共鳴の種類

種類	共鳴素子	スピン	共鳴周波数
電子スピン共鳴 Electron Spin Resonance(ESR)	電子	1/2	2.8 GHz
核磁気共鳴 Nuclear Magnetic Resonance(NMR)	原子核(水素、その他多数)	$I = 1/2 \sim 9/2$	1 ~ 5 MHz
ミューオンスピン共鳴 (μSR)	μ 中間子	1/2	13.5 MHz

NMRの応用

固体物性：金属、磁性体、超伝導体、誘電体

脳科学: **Functional-MRI**

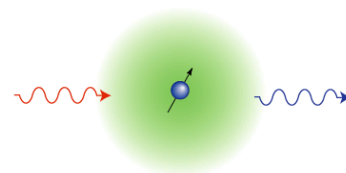
化学：有機、無機化合物、高分子化合物

生物：たんぱく質の構造解析 **高分解能超伝導NMR**

医学：MRI

磁気共鳴関連のノーベル賞受賞について (1)

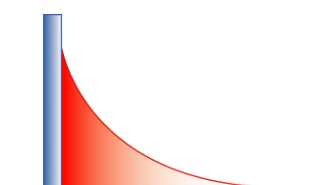
1937年 **ラビ**
共鳴法による原子核の磁気モーメントの測定
(1944年ノーベル物理学賞)



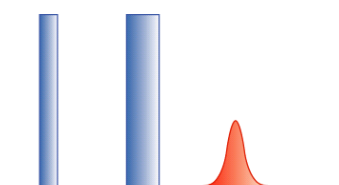
1945年 **パーセル、フロッホ**
核磁気共鳴吸収による原子核の磁気モーメントの測定
(1952年ノーベル物理学賞)



1949年 **ハーン**
自由誘導減衰 (FID) 信号の観測と
スピンエコー (SE) の発見



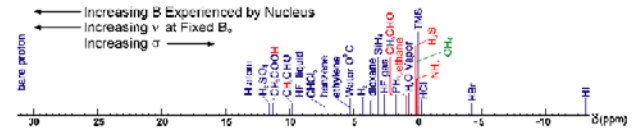
FID signal



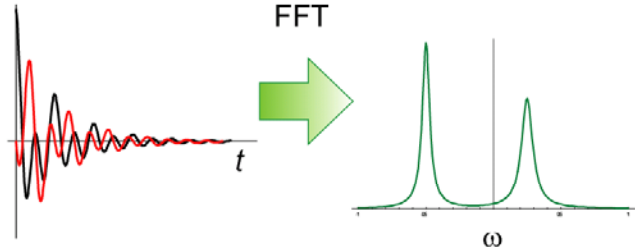
Spin Echo

磁気共鳴関連のノーベル賞受賞について (2)

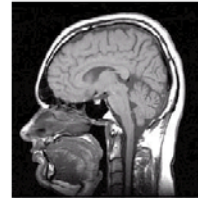
1950年 **ラムゼー**
 化学シフト理論の確立
 精密な原子分光学の開発への重要な貢献
 (1989年ノーベル物理学賞)



1964年 **エルンスト**
 高分解能核磁気共鳴 (NMR)
 分光学の方法論の開発への貢献
 (1991年ノーベル化学賞)



1970年代 **ロウターバー、マンスフィールド**
 磁気共鳴断層画像化に関する発見 (MRIの開発)
 (2003年ノーベル医学生理学賞)



MRI画像



MRI装置



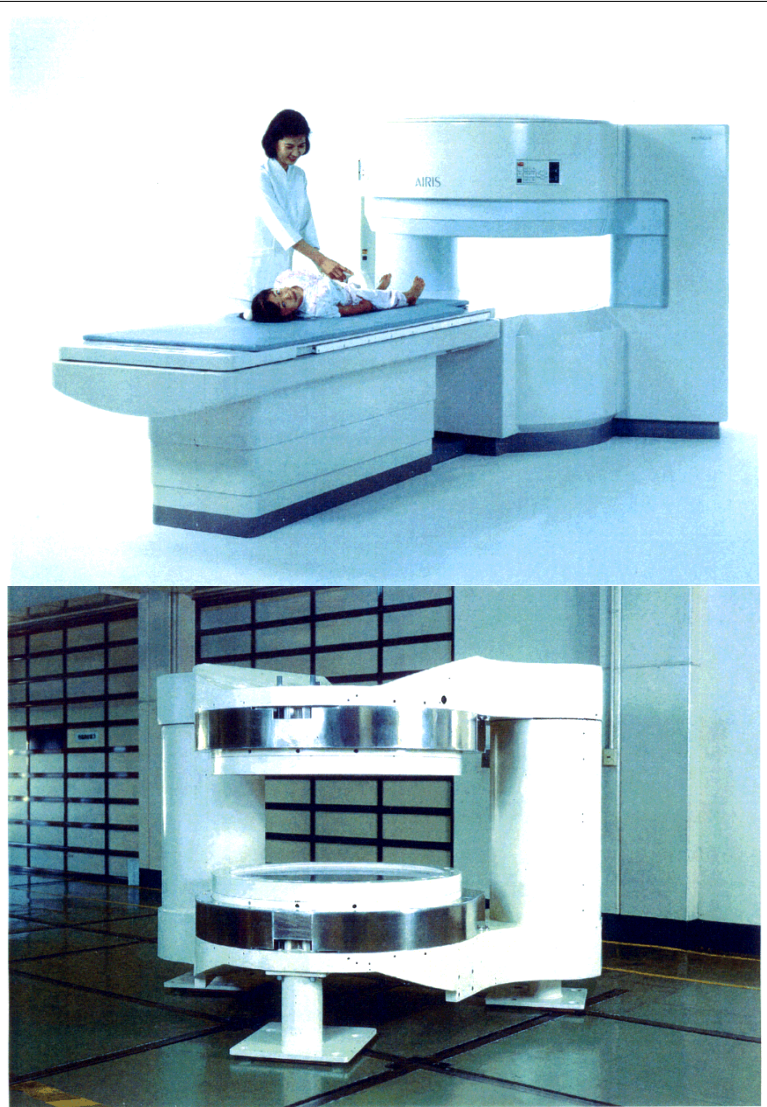
NMR スペクトロメーター



磁気共鳴画像診断装置

Magnetic Resonance Imaging

Nd-Fe-B系永久磁石を用いたMRI用磁石

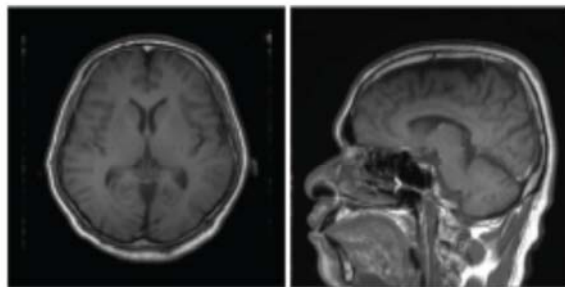


核磁気共鳴イメージング(MRI)

(a) 超伝導磁石MRI(東芝MS)



(b) 頭部MRI画像 (3T)



(c) 永久磁石MRI(日立メディコ)



(d) スピンエコー法による腹部水平横断画像

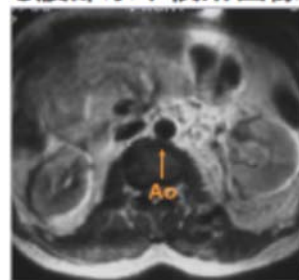
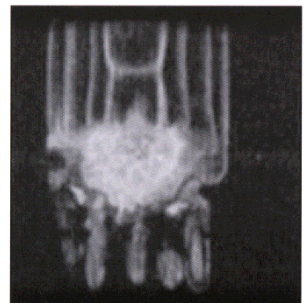


図 7.4: 医療用 MRI 装置と MRI 画像.

Compact MR Microscope

MRmicro



Welsh onion (60 μ m)³



Asparagus (200 μ m)³

磁気共鳴顕微鏡



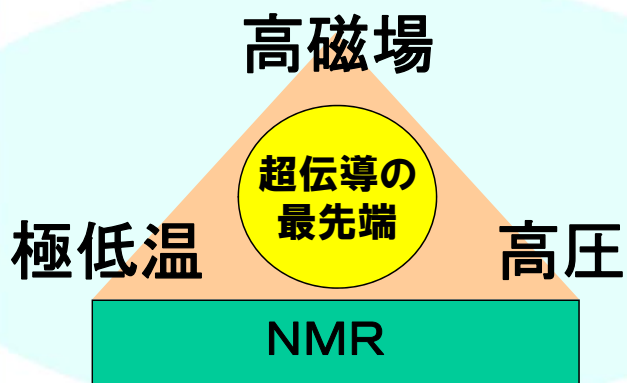
Mouse embryo *in vitro* (100 μ m)³



Mouse embryo *in vitro* (150 μ m)³



多重極限下でのNMR研究

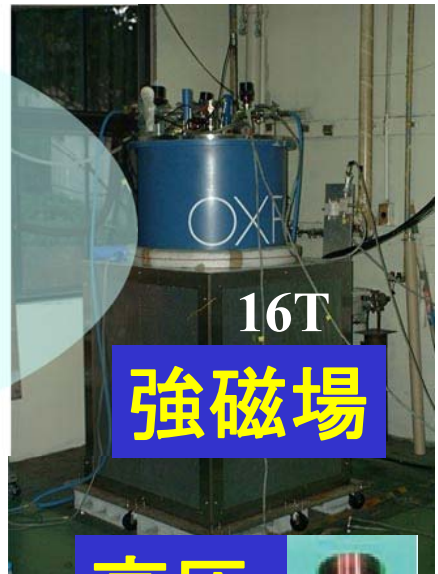


極低温

20mK

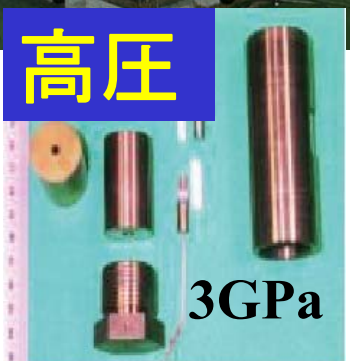


NMR



強磁場

高压



3GPa

2. マクロな磁石とミクロな磁石

磁気モーメントの構造

電気 : $\text{div} \vec{D} = 4\pi\rho$ ±電荷が独立。

磁気 : $\text{div} \vec{B} = 0$ N, S のような単磁極はない。

軌道双極子モーメント

角運動量 : $\vec{P}_l = m\vec{v} \times \vec{r}$

軌道磁気双極子モーメントの大きさ : $\mu = IS$

円電流 : $I = \frac{e}{2\pi r} v$

$\vec{\mu}_l = \frac{e}{2mc} \vec{P}_l$ (量子論 : $P_l = \hbar \vec{L}$)

電子の自転に伴う角運動量はスピン角運動量 (\vec{S}) と呼ばれる。

$$\mu_s = -g_e \frac{e\hbar}{2mc} \vec{S} = \gamma_e \hbar \vec{S}$$

ここで $g_e = 2.002519$ (ディラックの電子の運動方程式による)

ボア磁子 (ミクロな電子磁気モーメント) の単位

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

原子核磁気モーメント

$$\mu_N = \frac{g_n e\hbar}{2Mc} \vec{I} = \gamma_n \hbar \vec{I}$$

$M/m \sim 1836 \rightarrow \gamma_n/\gamma_e \sim 10^{-3}$

磁場中での磁気エネルギー

$$H = -\gamma_e \hbar \vec{I} \cdot \vec{H}_0$$

エネルギー固有値

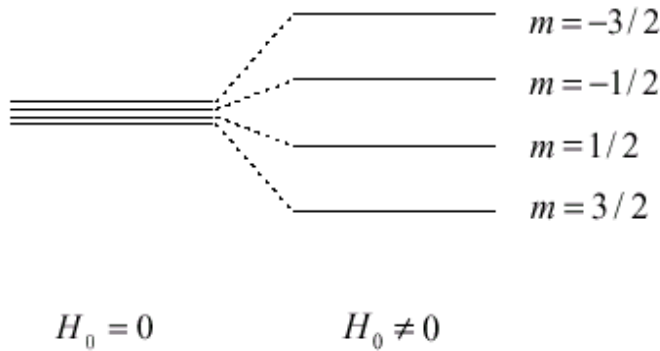
$$E_+ = \gamma_e \hbar H_z / 2, \quad E_- = -\gamma_e \hbar H_z / 2$$

核磁性と磁気共鳴吸収

$$\begin{aligned}\vec{\mu} &= g_N \mu_N \vec{I} \\ &= \gamma \hbar \vec{I}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 &= -\vec{\mu} \cdot \vec{H}_0 \\ &= -\gamma \hbar \vec{I} \cdot \vec{H}_0\end{aligned}$$

$$E_m = -\gamma \hbar H_0 m$$



$$\begin{aligned}M(T, H) &= \frac{N_0 \gamma \hbar \sum_{m=-I}^I m \exp\left(\frac{\gamma \hbar H_0 m}{k_B T}\right)}{\sum_{m=-I}^I \exp\left(\frac{\gamma \hbar H_0 m}{k_B T}\right)} \\ &= N_0 \gamma \hbar I B_I(Ix)\end{aligned}$$

$$B_I(y) = \frac{2I+1}{2I} \coth\left(\frac{2I+1}{2I} y\right) - \frac{1}{2I} \coth\left(\frac{y}{2I}\right)$$

$$\chi_0(T) = \frac{M}{H} = \frac{N_0 \gamma^2 \hbar^2}{3k_B T} I(I+1)$$

図 1: $I = 3/2, \gamma > 0$ の場合の磁場によるエネルギー分離

静磁場中での原子核スピンの運動

ハイゼンベルグの運動方程式

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, \vec{A}] = \frac{i}{\hbar} (H\vec{A} - \vec{A}H)$$

ここで H : ハミルトニアン

静磁場 (H_0) 中での H

$$\begin{aligned}H &= -\gamma_n \hbar \vec{I} \cdot \vec{H}_0 \\ \frac{d\vec{I}}{dt} &= \frac{i}{\hbar} [-\gamma_n \hbar \vec{I} \cdot \vec{H}_0, \vec{I}]\end{aligned}$$

ここで $\vec{H}_0 = (0, 0, H_z)$ とすると
たとえば、

$$\frac{dI_z}{dt} = -i\gamma_n [I_z H_z, I_z] = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{dI_x}{dt} &= -i\gamma_n [I_z H_z, I_x] = -i\gamma_n H_z (I_z I_x - I_x I_z) = \gamma_n H_z I_y \\ \frac{dI_y}{dt} &= -i\gamma_n [I_z H_z, I_y] = -i\gamma_n H_z (I_z I_y - I_y I_z) = -\gamma_n H_z I_x\end{aligned}$$

ここで交換関係

$$i\vec{I} = \vec{I} \times \vec{I}$$

$$iI_x = I_y I_z - I_z I_y, \quad iI_y = I_z I_x - I_x I_z, \quad iI_z = I_x I_y - I_y I_x$$

したがって

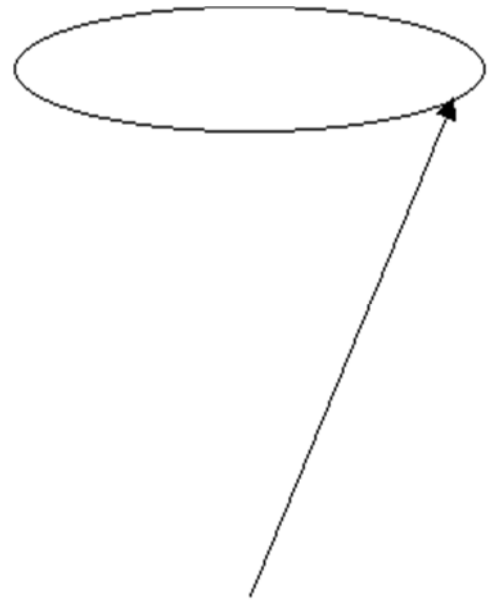
$$\frac{dI_z}{dt} = 0, \quad \frac{d^2 I_x}{dt^2} = -(\gamma_n H_z)^2 I_x$$

結局

$$I_x(t) = I_x(0) \cos \omega_L t + I_y(0) \sin \omega_L t$$

$$I_y(t) = I_y(0) \cos \omega_L t - I_x(0) \sin \omega_L t$$

$$I_z(t) = 0$$



スピン磁気モーメントは磁場の周りを $\omega_L = \gamma_n H_z$ の角周波数で歳差運動する。 **ラーマ-の才差運動**

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{I} = I(I+1) \quad \sqrt{\mathbf{I}^2} = \sqrt{I(I+1)} = \sqrt{3/2} \quad (I_z = 1/2)$$

Pulsed NMR

$M_z = \text{const.}$

$M_{x,y}(t)$

$\omega = \gamma_n H$

$\omega = \omega_0$

$\pi/2$ -pulse

π -pulse

FID signal

Spin Echo

H_0

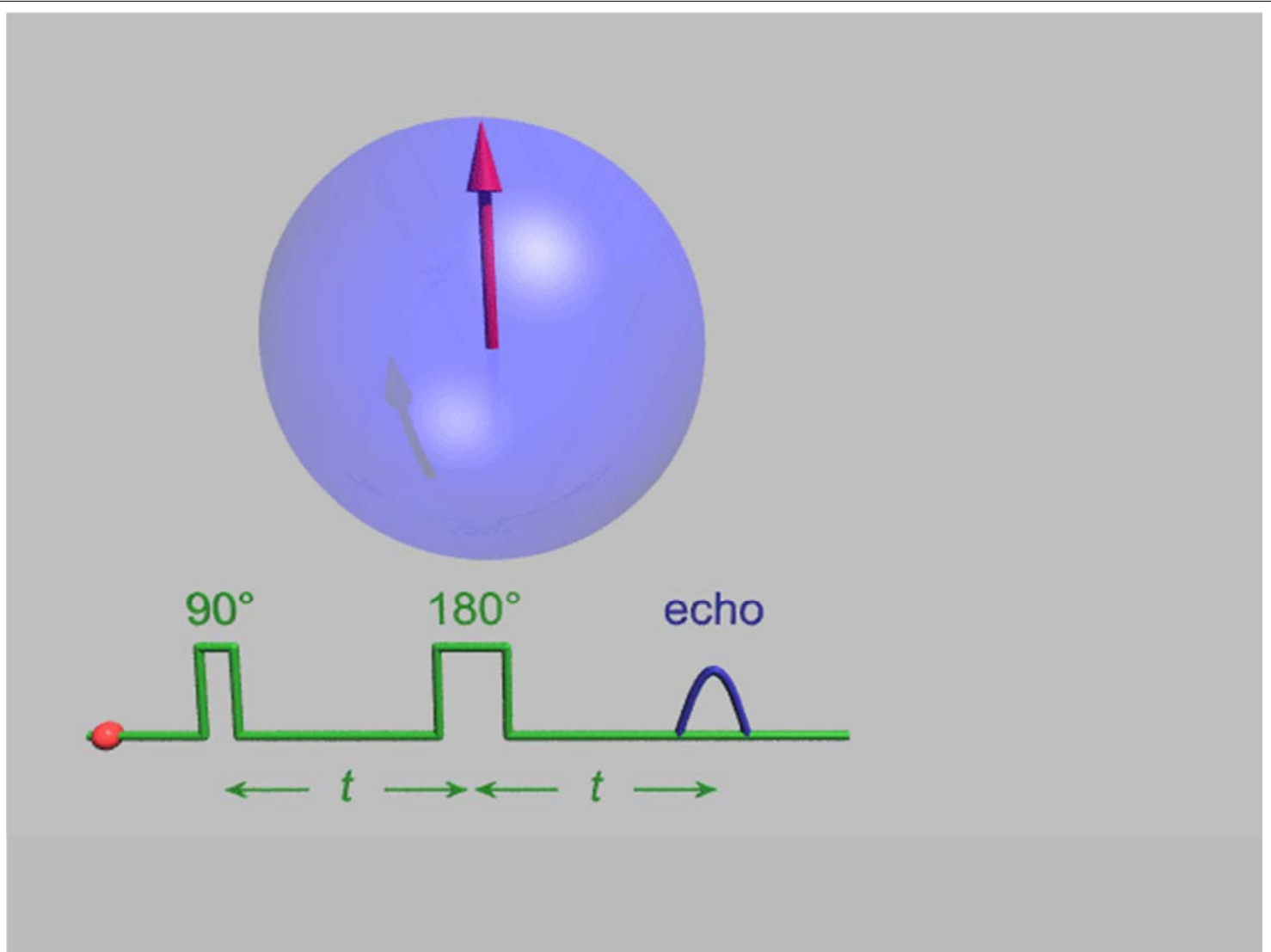
$H_{\text{eff}} = 0$

$\pi/2$ -pulse

M

H_1

$\omega_0 = \gamma_n H_0$



回転磁場中の運動

z 方向の静磁場 H_0 に加えて, xy 面内で角周波数 ω , 振幅 H_1 の時計周り $\mathbf{H}_R(t) = H_1 \{\cos(\omega t)\mathbf{e}_x - \sin(\omega t)\mathbf{e}_y\}$ と反時計周り $\mathbf{H}_L(t) = H_1 \{\cos(\omega t)\mathbf{e}_x + \sin(\omega t)\mathbf{e}_y\}$ の回転磁場を合成した x 方向の振動磁場

$$\mathbf{H}_x(t) = 2H_1 \cos(\omega t)\mathbf{e}_x$$

の下でのスピンの運動を扱う. ここで, \mathbf{e}_x と \mathbf{e}_y は, それぞれ x 方向と y 方向の単位ベクトル. まず, 時計周り回転磁場の場合について, シュレディンガー方程式は,

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\psi}{\partial t} &= \frac{\mathcal{H}}{\hbar}\psi \\ &= -\gamma\{H_0I_z + H_1(I_x \cos \omega t - I_y \sin \omega t)\}\psi \end{aligned} \quad (2.18)$$

である。ここで、 $\gamma H_0 = \omega_0$ および $\gamma H_1 = \omega_1$ とすると、回転系での波動関数 ψ' は、ユニタリー演算子

$$\psi = U\psi' = \exp(i\omega I_z t)\psi'$$

を導入すると、式 (2.18) は、

$$i \left(\frac{\partial U}{\partial t} \psi' + U \frac{\partial \psi'}{\partial t} \right) = \frac{\mathcal{H}}{\hbar} U \psi'$$

となり、 ψ' の従う方程式は、

$$i \frac{\partial \psi'}{\partial t} = \left(U^{-1} \frac{\mathcal{H}}{\hbar} U - i U^{-1} \frac{\partial U}{\partial t} \right) \psi' \quad (2.19)$$

と得られる。 $\theta = \omega t$ とすると、式 2.19 の第 1 項は、

$$U^{-1} \frac{\mathcal{H}}{\hbar} U = -\omega_0 I_z - \omega_1 \left(e^{-i\theta I_z} I_x e^{i\theta I_z} \cos \theta - e^{-i\theta I_z} I_y e^{i\theta I_z} \sin \theta \right) \quad (2.20)$$

となる。ここで、 $e^{-i\theta I_z} I_z e^{i\theta I_z} = I_z$ である。演算子 I_x と I_y は、それぞれ $e^{-i\theta I_z} I_x e^{i\theta I_z}$ と $e^{-i\theta I_z} I_y e^{i\theta I_z}$ のユニタリー変換によって、以下に示す

ように、 $+z$ 軸方向から見て時計周りに、 θ 回転した座標 $(x'y')$ 系に変換される。すなわち、

$$e^{-i\theta I_z} I_x e^{i\theta I_z} = f_z(\theta, I_x)$$

と置くと、 $i\mathbf{I} = \mathbf{I} \times \mathbf{I}$ を用いて、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_z(\theta, I_x)}{\partial \theta} &= e^{-i\theta I_z} (-i[I_z I_x - I_x I_z]) e^{i\theta I_z} \\ &= e^{-i\theta I_z} I_y e^{i\theta I_z} \\ \frac{\partial^2 f_z(\theta, I_x)}{\partial \theta^2} &= e^{-i\theta I_z} (-i[I_z I_y - I_y I_z]) e^{i\theta I_z} \\ &= -e^{-i\theta I_z} I_x e^{i\theta I_z} = -f_z(\theta, I_x) \end{aligned} \quad (2.21)$$

式 (2.21) の解は、 $f(\theta, I_x) = A \cos \theta + B \sin \theta$ となり、 $\theta = 0, f(I_x, \theta) = I_x$ から $A = I_x$ 、および $\left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \right)_{\theta=0} = I_y$ から $B = I_y$ となる。結局、演算子 I_y についても同様にして、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} f_z(\theta, I_x) &= I_x \cos \theta + I_y \sin \theta \\ f_z(\theta, I_y) &= I_y \cos \theta - I_x \sin \theta \end{aligned} \quad (2.22)$$

さらに、 $+x$ 軸方向から見て時計周りに、 θ 回転した座標 $(y'z')$ 系に変換される場合は、

$$\begin{aligned}
 f_x(\theta, I_y) &= I_y \cos \theta + I_z \sin \theta \\
 f_x(\theta, I_z) &= I_z \cos \theta - I_y \sin \theta
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

となる. このように, 式 (2.20) は式 (2.22) を使って,

$$\begin{aligned}
 U^{-1} \frac{\mathcal{H}}{\hbar} U &= -\omega_0 I_z - \omega_1 \{ (I_x \cos \theta + I_y \sin \theta) \cos \theta - (I_y \cos \theta - I_x \sin \theta) \sin \theta \} \\
 &= -(\omega_0 I_z + \omega_1 I_x)
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

となる. また

$$-iU^{-1} \frac{\partial U}{\partial t} = -ie^{-i\theta I_z} (i\omega I_z) e^{i\theta I_z} = \omega I_z$$

従って, 式 (2.19) は,

$$i \frac{\partial \psi'}{\partial t} = -\{(\omega_0 - \omega) I_z + \omega_1 I_x\} \psi'
 \tag{2.25}$$

NMRLレポート1

1. 回転系での期待値 $\langle \psi' | I_x(t) | \psi' \rangle$, $\langle \psi' | I_y(t) | \psi' \rangle$ を計算せよ。
2. 実験室系での期待値 $\langle \psi | I_x(t) | \psi \rangle$, $\langle \psi | I_y(t) | \psi \rangle$ を計算せよ。
3. 共鳴条件の時 ($\omega_0 = \gamma H_0$), 左周りの回転磁場 $H_L = H_1 (\cos \omega_0 t, \sin \omega_0 t, 0)$ の下でのスピンの運動を説明せよ。