

# 超伝導物理

北岡良雄

居室:F棟217号室

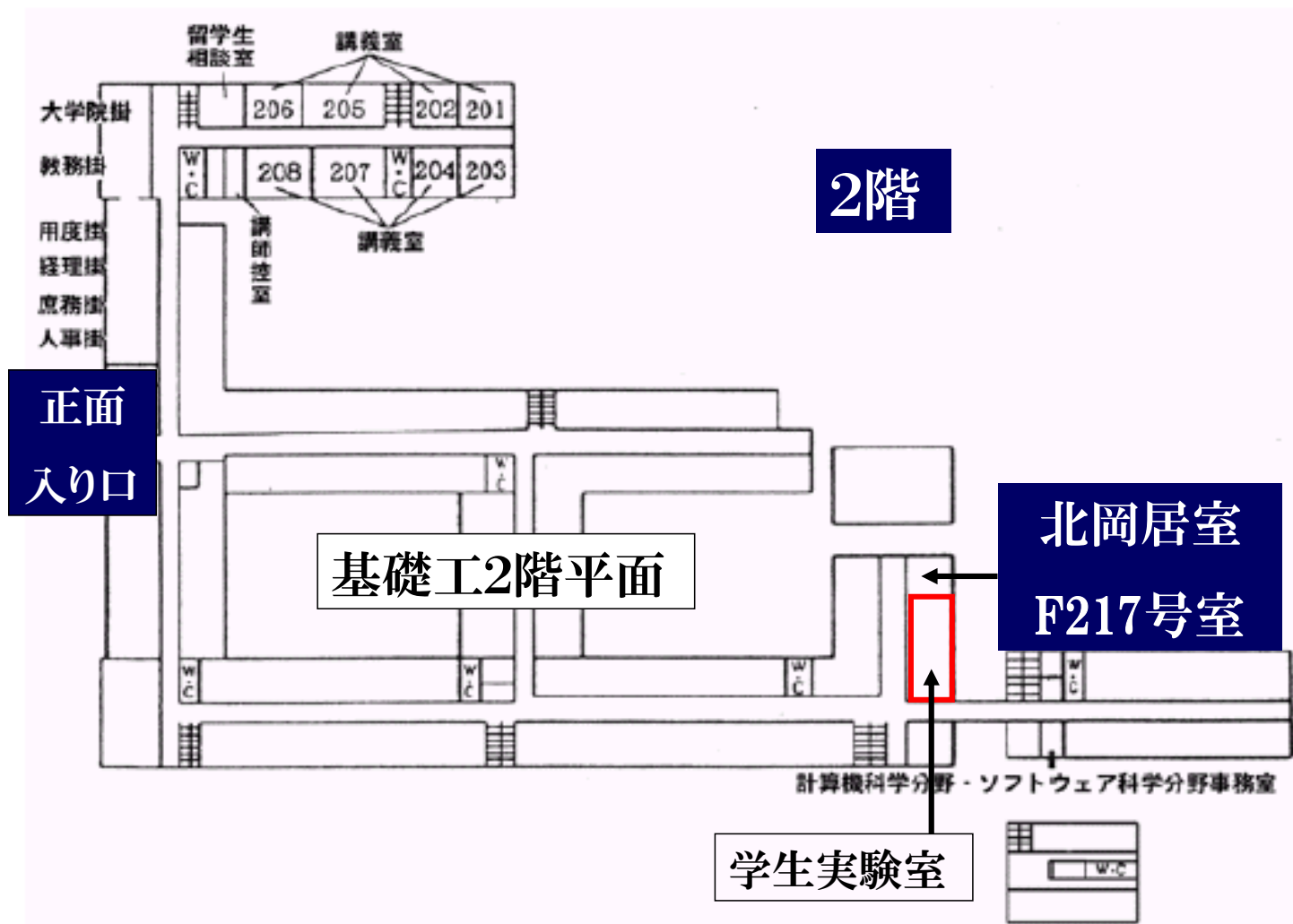
電話:06-6850-6435

e-mail:kitaoka@mp.es.osaka-u.ac.jp

講義ノート:

<http://www.kitaokalab.mp.es.osaka-u.ac.jp>

レポート締め切り:毎週火曜日17:00



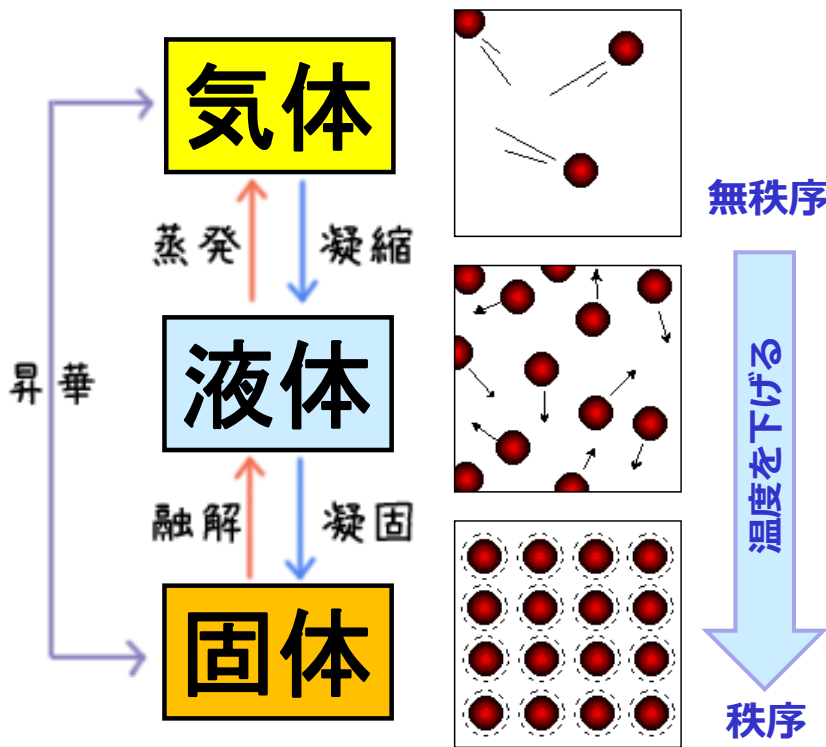
## 講義内容

1. はじめに – 超伝導が起こる舞台 –
2. 超伝導の熱力学的現象論
  - a) マイスナー効果
  - b) 磁場と波動方程式
3. 超伝導の発現機構
  - a) 金属の自由電子モデルと相互作用の効果
  - b) クーパー対とBCSモデル
4. 波動関数の位相と磁束の量子化
5. ジョセフソン効果
6. 第一種超伝導と第二種超伝導
7. 超伝導の応用
8. 超伝導のフロンティア

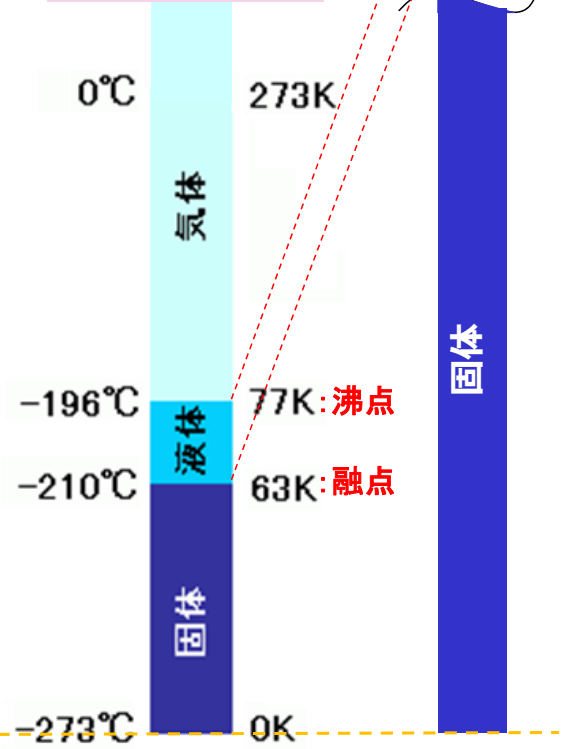
**低温の不思議な世界**

# 物質の状態変化

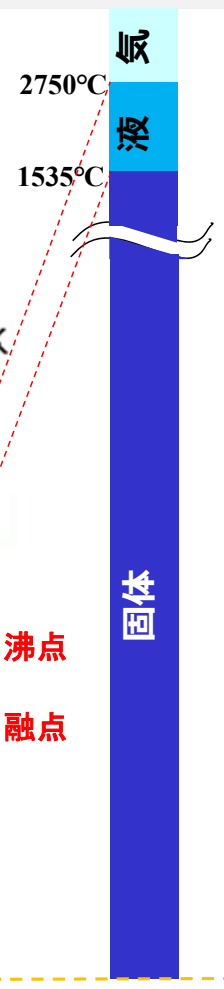
全てのものは温度を下げていくと、、、



## 窒素の場合



## 鉄の場合



絶対零度では固体が安定！

温度には、  
上限はないが、下限はある

## 絶対零度

$T (K)$  (ケルビン) : 絶対温度

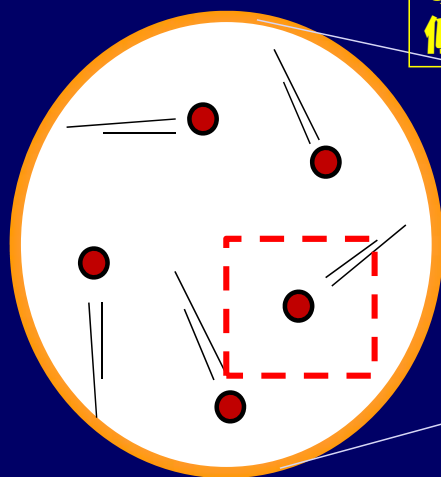
$$0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$$

# “絶対零度”の発見 - 温度には底がある-

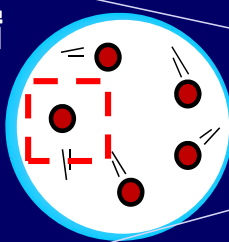
すべての気体は、  
低温で体積減少！

シャルルの法則 (1787)

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{t [^{\circ}C]}{273.15} \right)$$



熱収縮



熱膨張

低温

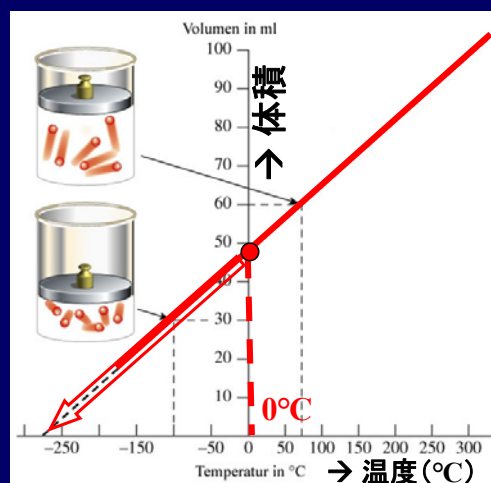
-196 °C

高温

約 +27 °C

絶対温度

-273.15°Cでは  
体積ゼロ！

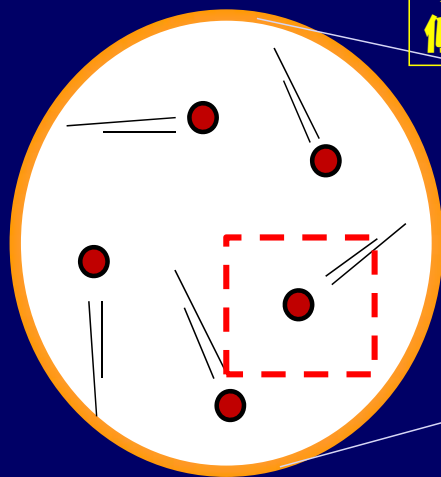


# “絶対零度”の発見 - 温度には底がある-

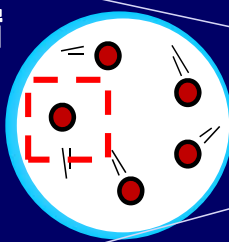
すべての気体は、  
低温で体積減少！

シャルルの法則 (1787)

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{t [^{\circ}C]}{273.15} \right)$$



熱収縮



熱膨張

低温

-196 °C

高温

約 +27 °C

絶対温度

-273.15°Cでは  
体積ゼロ！

**= 0 K (ケルビン)**

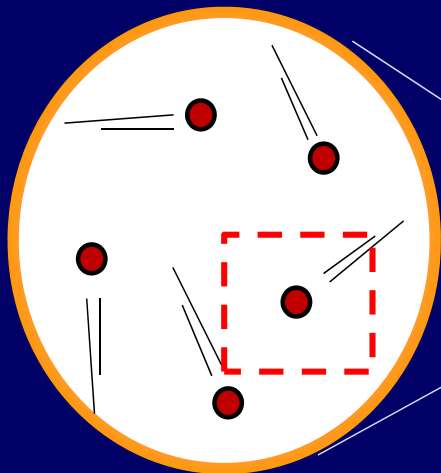
**約 +300 K**

**+ 77 K**

**“絶対零度”**  
→気体(原子)の熱運動がなくなり、体積がゼロになる温度

絶対零度への人類の挑戦のはじまり.....

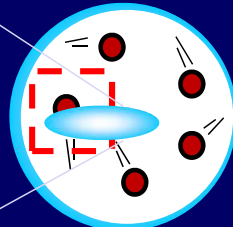
# Q. 本当に絶対零度(T=0K)で、 気体の体積はゼロになるのか？



**高温**

約 +300 (+27°C)

→ ~  $\frac{1}{700}$  に!!  
体積は  $\frac{1}{4}$  に??



**低温**

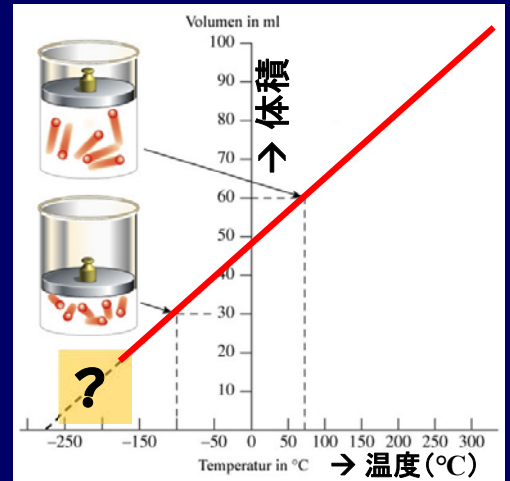
+ 77 K  
(-196°C)

シャルルの法則



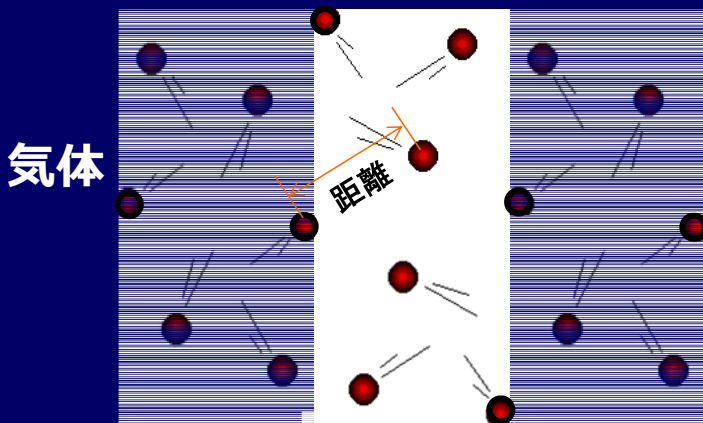
$$\frac{V}{T} = const.$$

→ 破綻! ?



→ “**実在気体**” は、体積がゼロになる前に、**液体(固体)**になってしまう

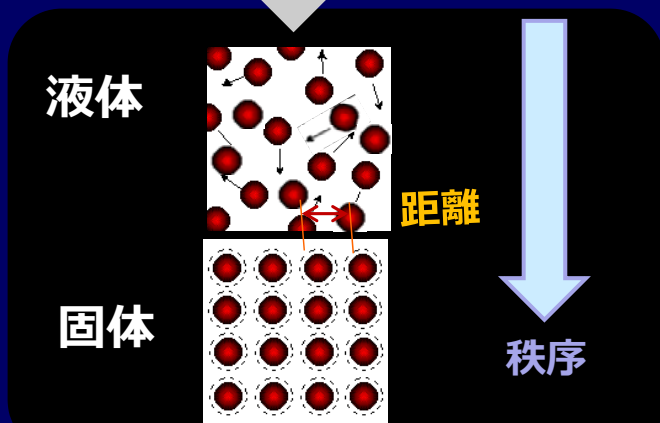
## “実在気体” → 液体・固体への凝縮



高温 → “理想気体的” 振る舞い

$$\langle E \rangle = \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

温度 ∝ 運動エネルギー

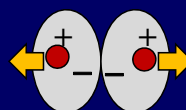


実在気体

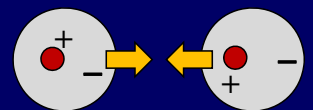
→ 分子 (原子)間の相互作用

**反発力**

**引力**



→ 近づき過ぎると斥力



**分子間力**

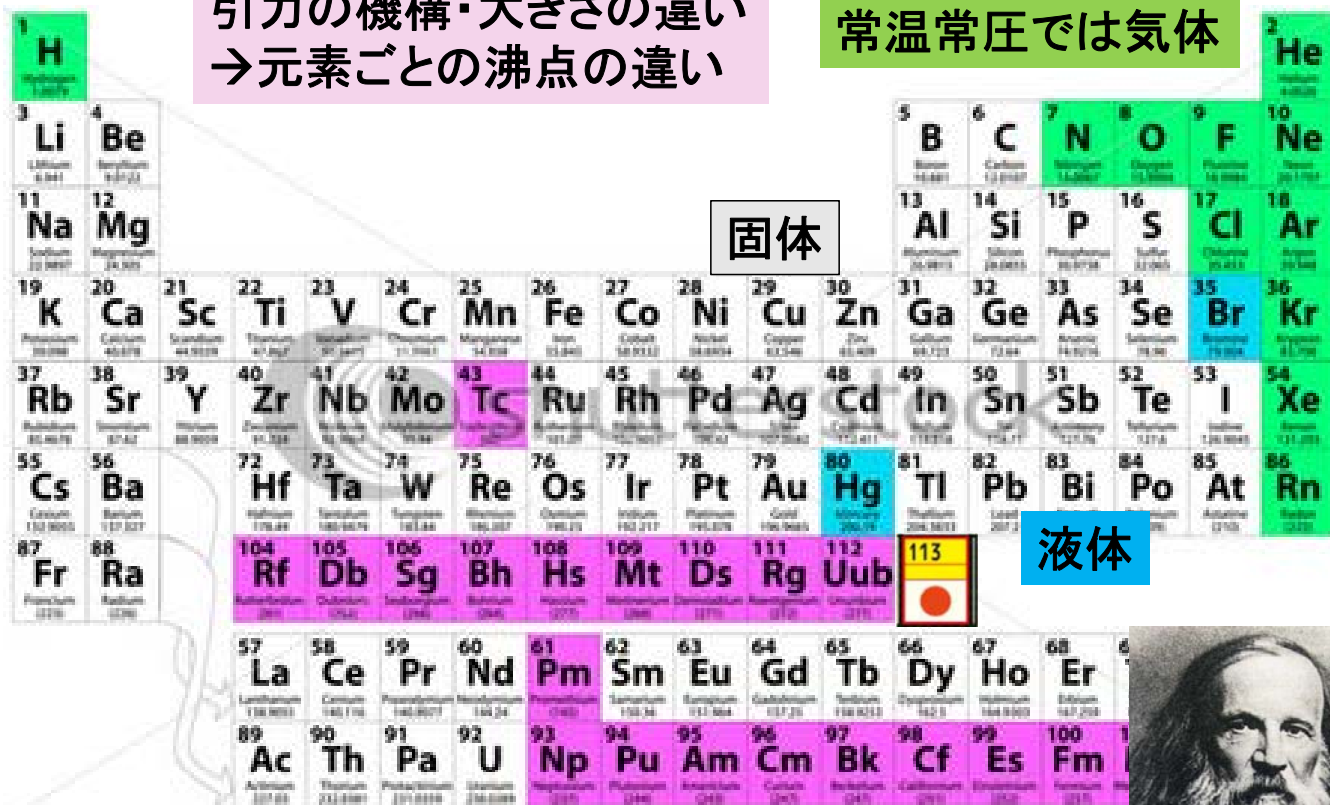
(ファンデアワールスカ)

起源: 電氣的な力

# 元素周期表(固体・液体・気体)@常温常圧

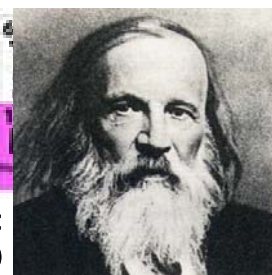
引力の機構・大きさの違い  
→元素ごとの沸点の違い

常温常圧では気体



固体

液体

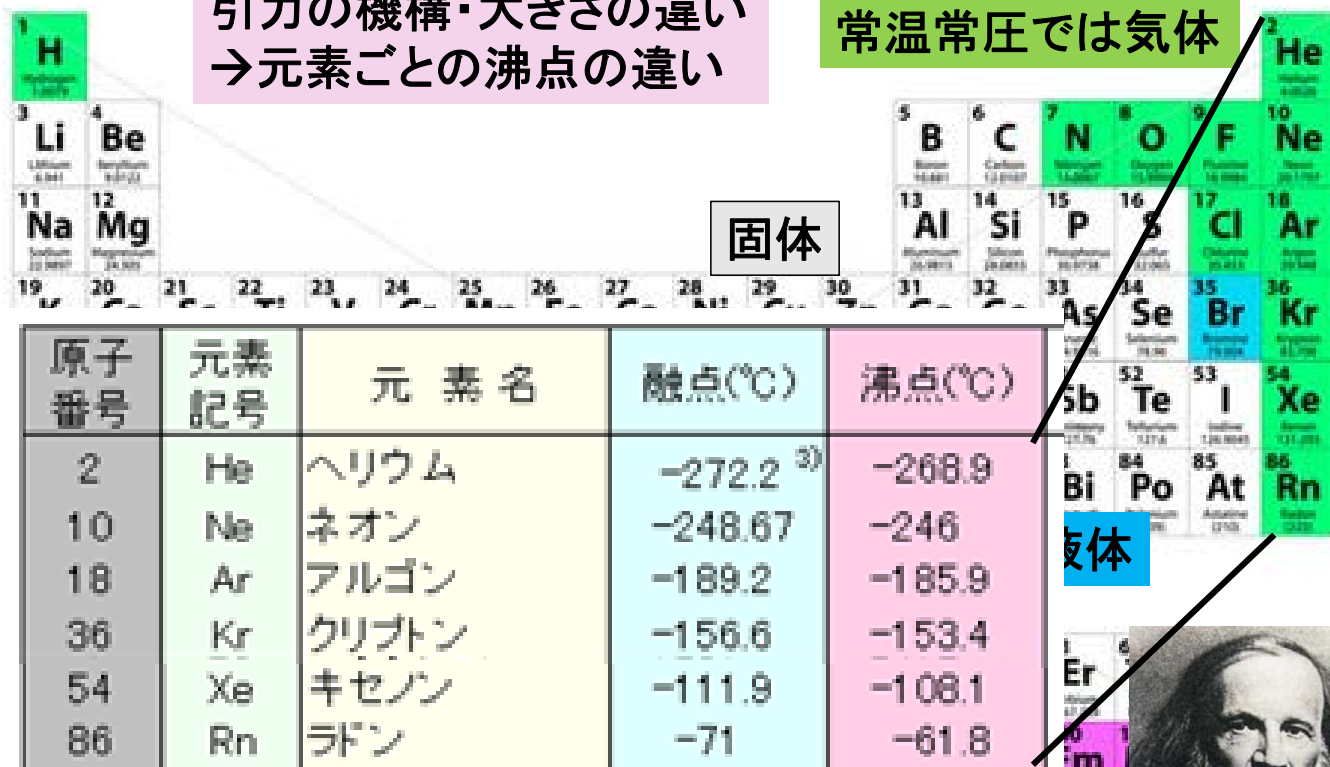


メンデレーエフ:  
元素周期表の発見(1869)

# 元素周期表(固体・液体・気体)@常温常圧

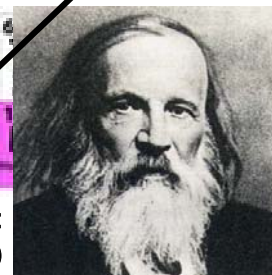
引力の機構・大きさの違い  
→元素ごとの沸点の違い

常温常圧では気体



固体

液体



メンデレーエフ:  
元素周期表の発見(1869)

原子番号	元素記号	元素名	融点(°C)	沸点(°C)
2	He	ヘリウム	-272.2 <sup>3)</sup>	-268.9
10	Ne	ネオン	-248.67	-246
18	Ar	アルゴン	-189.2	-185.9
36	Kr	クリプトン	-156.6	-153.4
54	Xe	キセノン	-111.9	-108.1
86	Rn	ラドン	-71	-61.8



19世紀の低温研究競争

# 最後に残された気体 「ヘリウム」

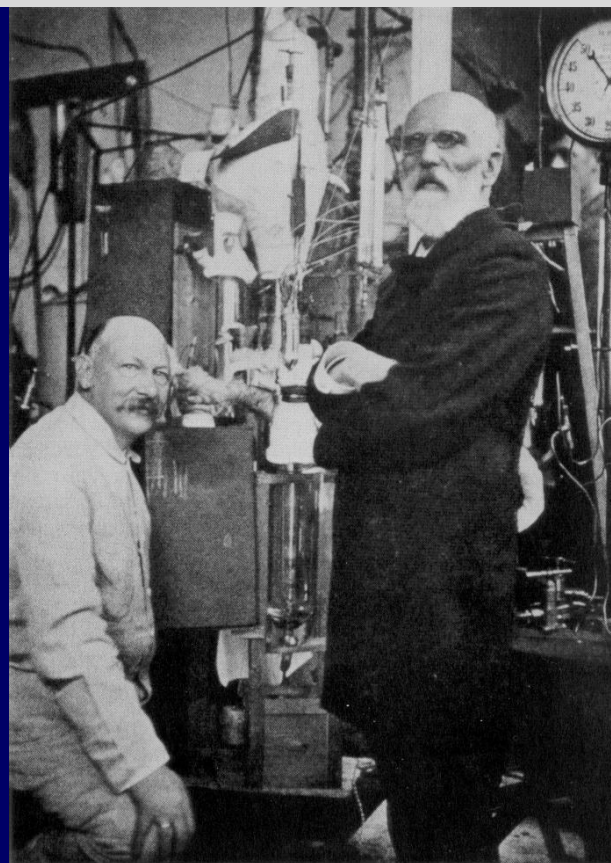
1908 Kamerlingh Onnes (Leiden Univ.)

ヘリウムの液化に成功

→ 4.2 K (-269°C)



低温物理学の幕開け



オネス(左)とファンデアワールス(右)

## 低温物理学の幕開け



Kamerlingh Onnes  
(カマリン オネス)

＜当時の物理学の最前線の問題＞

金属の電気抵抗は  
絶対零度まで温度を  
下げたらどうなるのか？

# 金属の電気抵抗

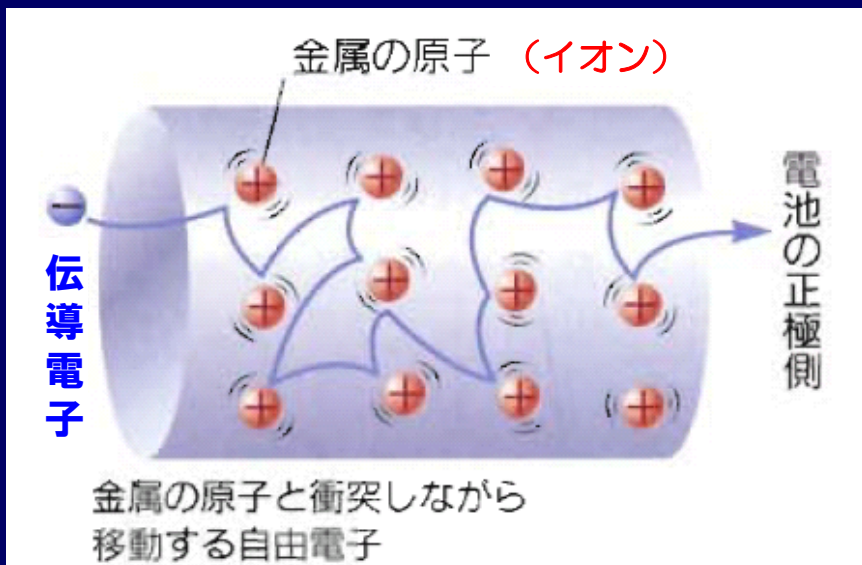
## 金属中の電子の運動

### オームの法則

$$V = R \times I$$

#### 電気抵抗の主原因

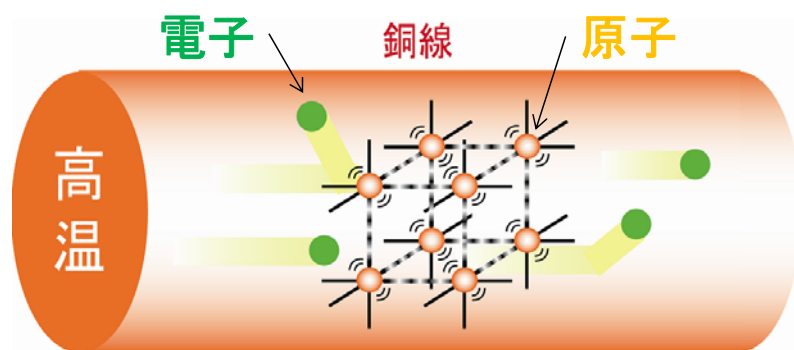
↓  
電子はイオンの熱振動によって散乱される



温度が高いほどイオンの熱振動は激しい → 電気抵抗は大きい

Q. 絶対零度では電気抵抗はゼロになるのか？

# 金属の電気抵抗



原子の激しい熱振動

電子は頻繁に衝突  
動きにくい  
→ 大きな抵抗(摩擦)

熱振動は弱くなる

電子の運動は  
スムーズになる  
→ 小さな抵抗

Q. 絶対零度では電気抵抗はゼロになるのか？

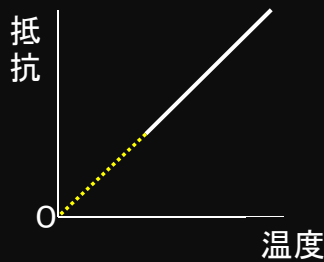


# 絶対零度まで温度を下げたら 金属の電気抵抗はどうなるのか？

予測1 抵抗→ゼロ

電子の運動を妨げる  
ものがなくなる？

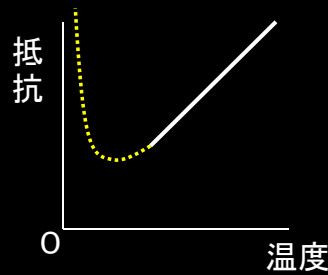
(ドルーデ、ローレンツ、オネス)



予測2 抵抗→∞

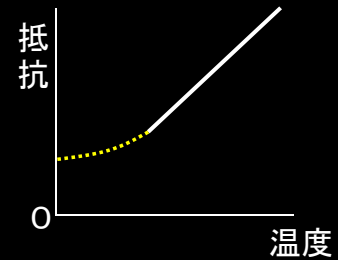
電子さえも凍って  
動けない？

(ケルビンら)



予測3 抵抗→有限値

不純物との散乱で有限  
に残る



そこで オネス は、、、

当時得られた**純良金属**：金、銀、白金、水銀などで  
電気抵抗測定を行った

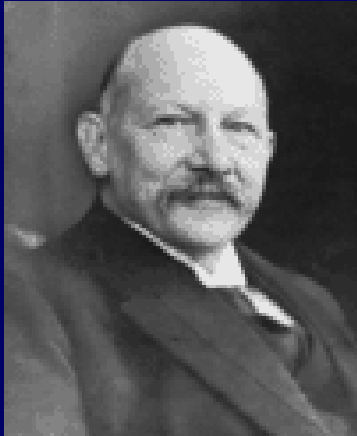


## 超伝導の不思議な世界

# 超伝導の発見

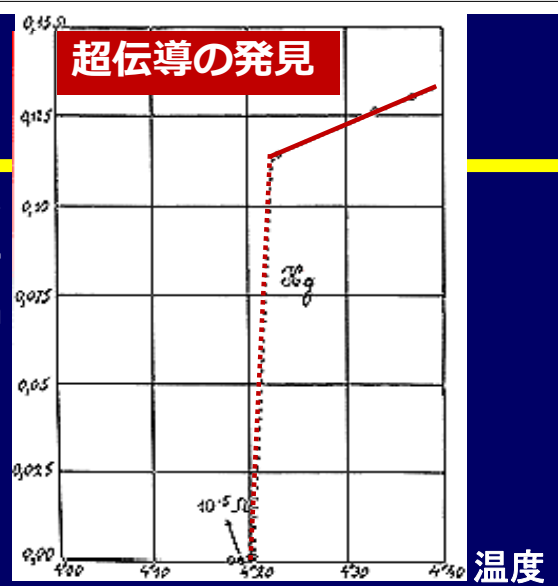
ある温度以下に冷やすと突然  
電気抵抗がゼロになることを発見

1911 Kamerlingh Onnes

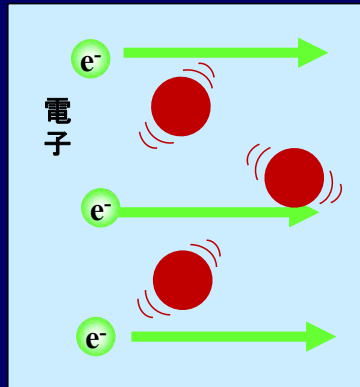


Nobel Prize (1913)

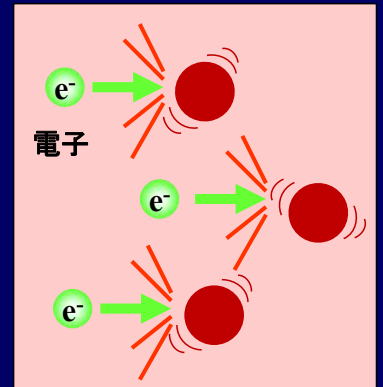
電気抵抗



Hg :  $T_c = 4.2\text{K}$



超伝導状態

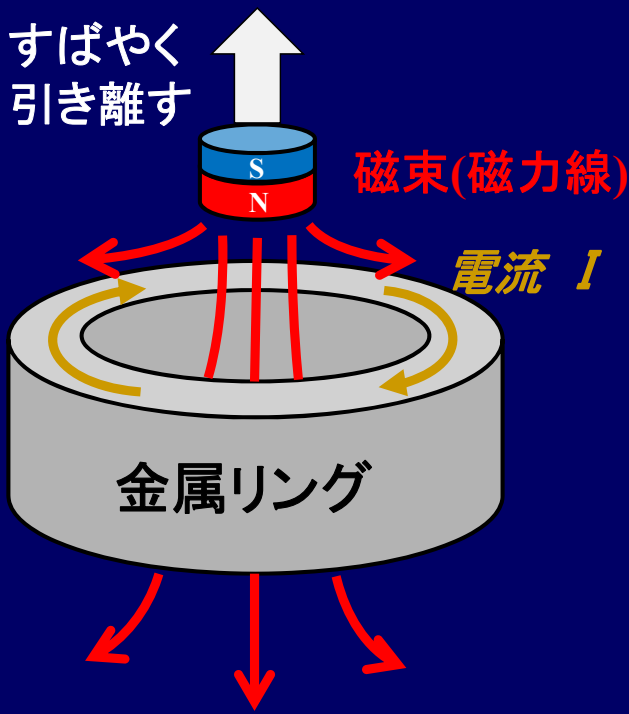


常伝導状態

# 電磁誘導の法則 (1831)

(1831)

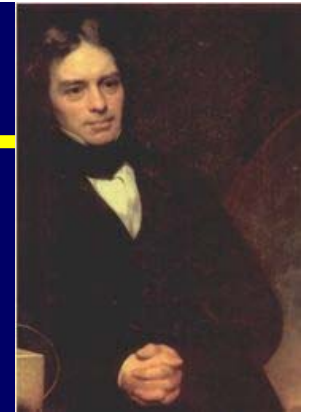
すばやく  
引き離す



磁束(磁力線)

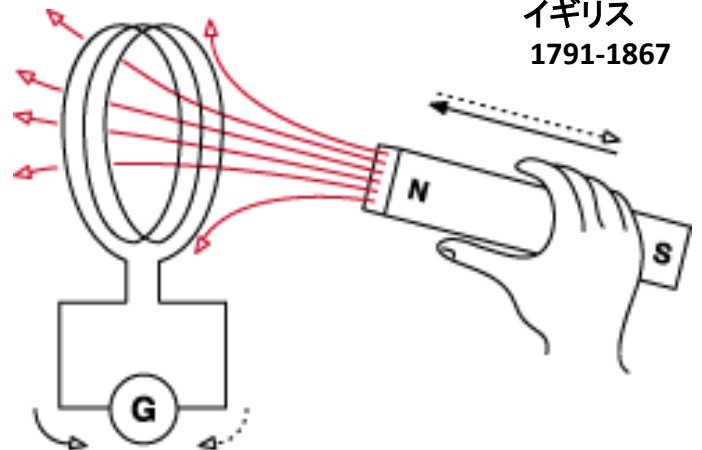
電流  $I$  → 一瞬で消失!

金属リング



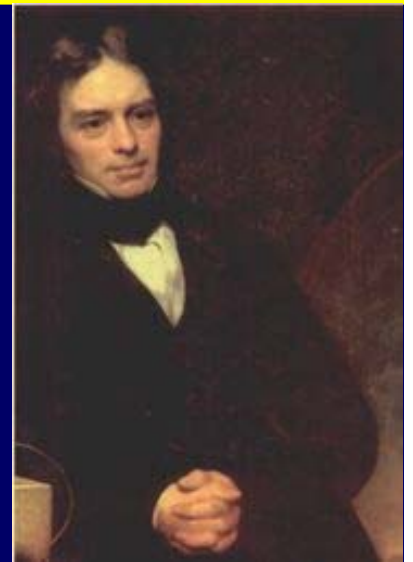
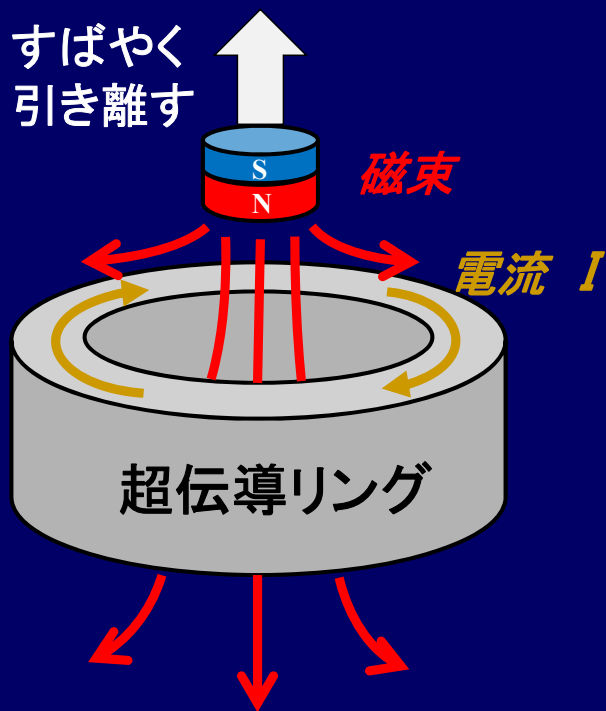
ファラデー

イギリス  
1791-1867



誘導電流 ← コイルを貫く  
磁束の時間変化

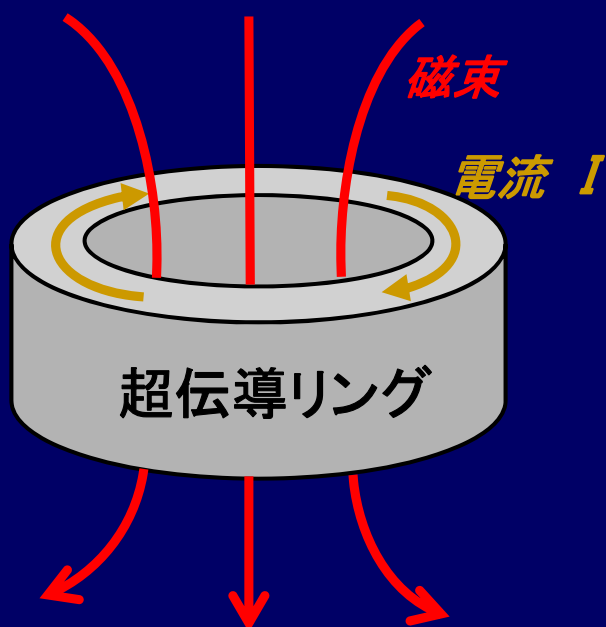
# 超伝導では永久電流



ファラデー

イギリス  
1791-1867

# 超伝導では永久電流



抵抗ゼロ →

いったん電流が流れ出すと  
永久に電流が流れ続ける

# 鮮やか実験映像：超伝導

## 超伝導の特徴

### ② マイスナー効果

(完全反磁性)

超伝導体内部には  
磁束は存在しない

$$( B = 0 )$$

実験の様子



1933年に W. Meissner と R. Ochsenfeld によって  
完全反磁性が確認された。



# 浮いた 土佐ノ海

<b>TOSANOUMI</b> (Sumo Wrestler)	
Height of Tosanoumi	186cm
Weight of Tosanoumi	142kg
Weight of disk	60kg
Total weight	202kg

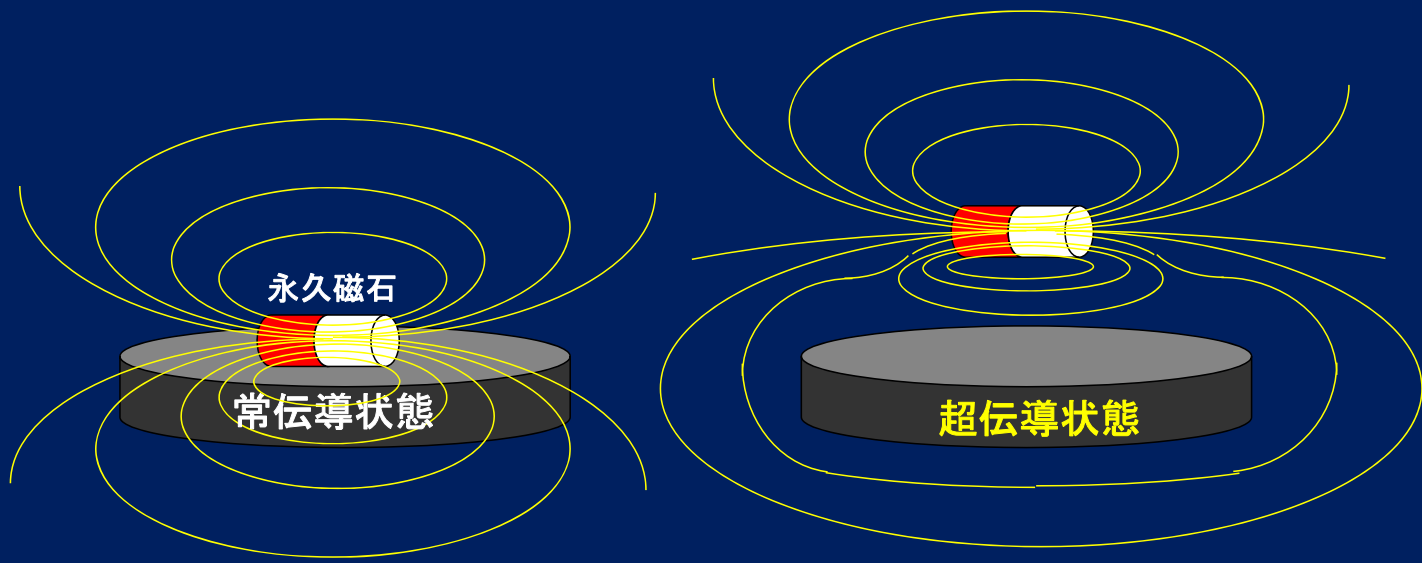
協力：財団法人 日本相撲協会

超電導工学研究所は、超電導材料の高性能化と磁石構造の改善により、超電導体と磁石の反発を利用して土佐ノ海関を浮上させることに成功しました。摩擦がありませんので、手で軽く押しただけで、土佐ノ海関の乗った円盤は回転します。最高300kgまで浮上できることも確認いたしました。

今日の成果により、超電導体によって重量物がかなりの高さで浮上できることが確認され、磁気浮上搬送装置、磁気ベアリングなどへの応用がさらに加速されるものと期待されています。

ISTEC 超電導工学研究所  
写真提供 (財)国際超電導産業技術研究センター

## 超伝導による磁気浮上




反発力と磁石自身の重力  
のつり合いで浮上

# 超伝導を示す元素

A periodic table of elements where superconducting elements are highlighted. Pink highlights elements that become superconducting just by cooling, while orange highlights elements that become superconducting only under high pressure. The pink elements include H, Li, Na, K, Rb, Cs, Fr, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Y, Zr, Nb, Mo, Tc, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Ba, La, Hf, Ta, W, Re, Os, Ir, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Lu, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Bk, Cf, Es, Fm, Md, No, and Lr. The orange elements include Li, Be, B, C, N, O, F, Ne, Al, Si, P, S, Cl, Ar, Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Sr, Y, Zr, Nb, Mo, Tc, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Ba, La, Hf, Ta, W, Re, Os, Ir, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn, Cs, Fr, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Lu, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Bk, Cf, Es, Fm, Md, No, and Lr.

 冷やすだけで超伝導になる元素


 高圧をかけて初めて超伝導になる元素

その多くは近年、大阪大学基礎工物性・極限センター：清水グループにより発見！！

# 超伝導を示す元素

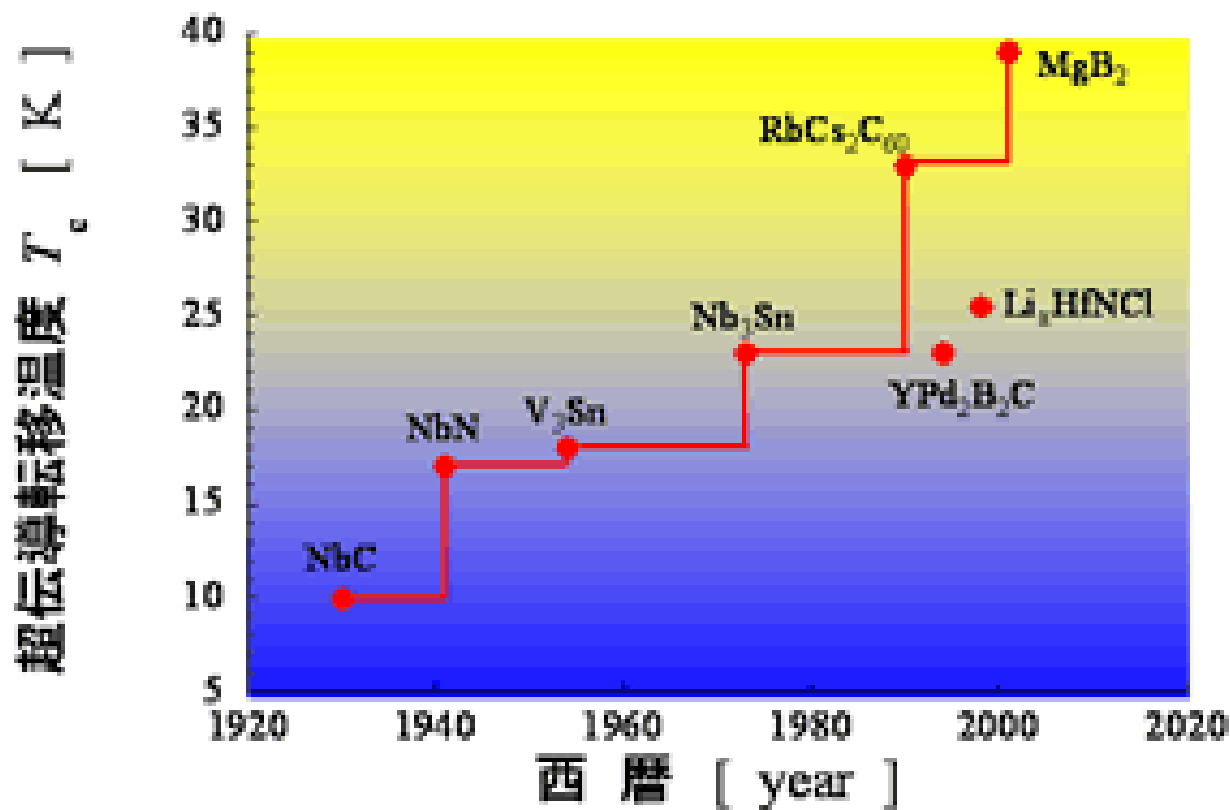
A periodic table of elements where superconducting elements are highlighted. Pink highlights elements that become superconducting just by cooling, while orange highlights elements that become superconducting only under high pressure. The pink elements include H, Li, Na, K, Rb, Cs, Fr, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Y, Zr, Nb, Mo, Tc, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Ba, La, Hf, Ta, W, Re, Os, Ir, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Lu, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Bk, Cf, Es, Fm, Md, No, and Lr. The orange elements include Li, Be, B, C, N, O, F, Ne, Al, Si, P, S, Cl, Ar, Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Sr, Y, Zr, Nb, Mo, Tc, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Ba, La, Hf, Ta, W, Re, Os, Ir, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn, Cs, Fr, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Lu, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Bk, Cf, Es, Fm, Md, No, and Lr.

 冷やすだけで超伝導になる元素

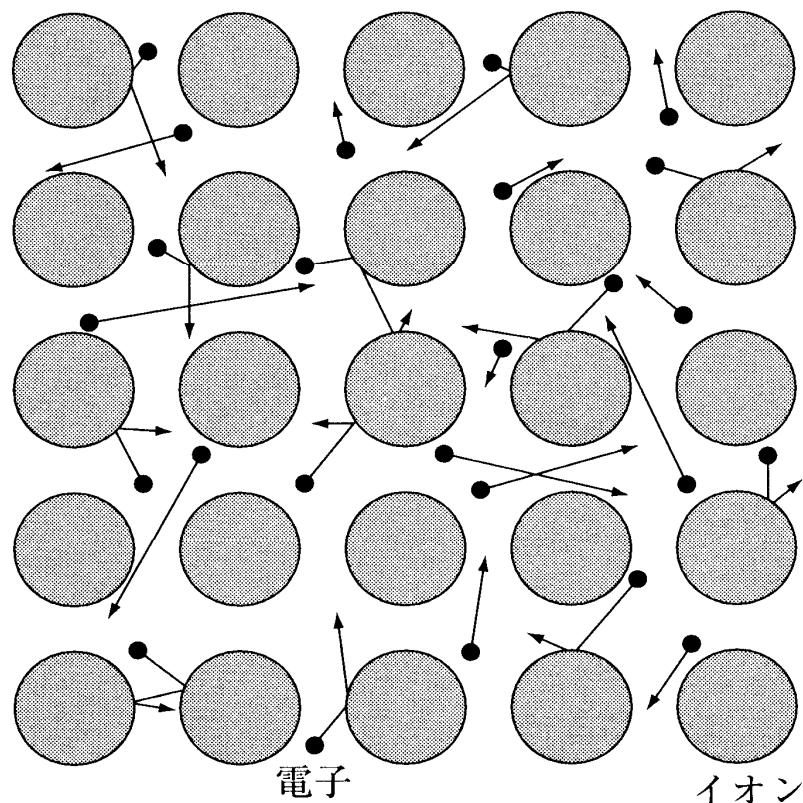
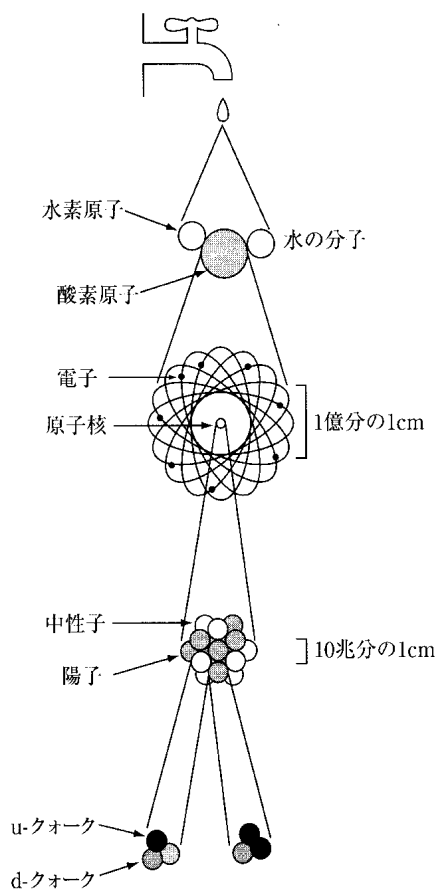
 高圧をかけて初めて超伝導になる元素

その多くは近年、大阪大学基礎工物性・極限センター：清水グループにより発見！！

# 金属系超伝導物質の開発の歴史



## 金属中の電子液体は、どうなるのか？



固体中で原子(イオン)は格子状に並んでいる

図8 水を構成するマイクロな粒子



# 超伝導はどのようにしておこるか？

—BCS理論による予測—



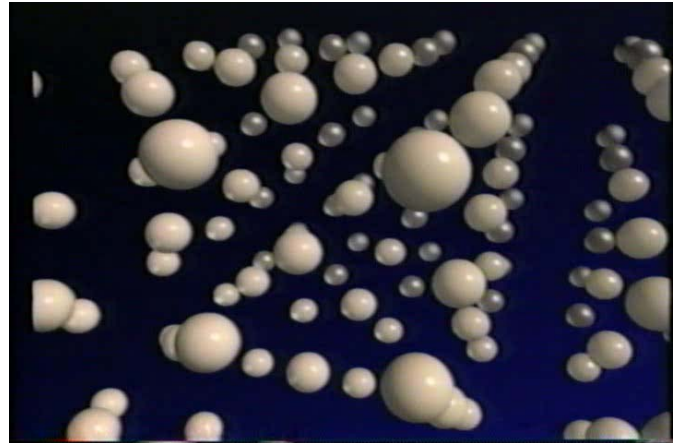
左から、

John Bardeen、Leon N. Cooper、

J. Robert Schrieffer

$$T_c \cong \theta_D \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right)$$

格子の周波数が高い方が  
高い $T_c$ に有利



映像：日立サイエンスシリーズ、

Pictures from Nobelprize.org

超伝導 より



Aoyama-Gakuin  
University

## 超伝導現象の解明-BCS理論

1957 Bardeen, Cooper, Schrieffer (BCS) 理論



Bardeen

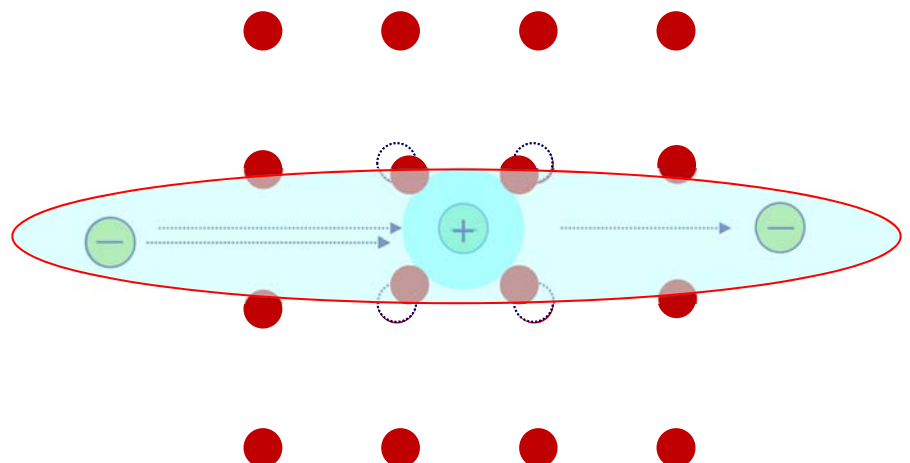
Cooper

Schrieffer

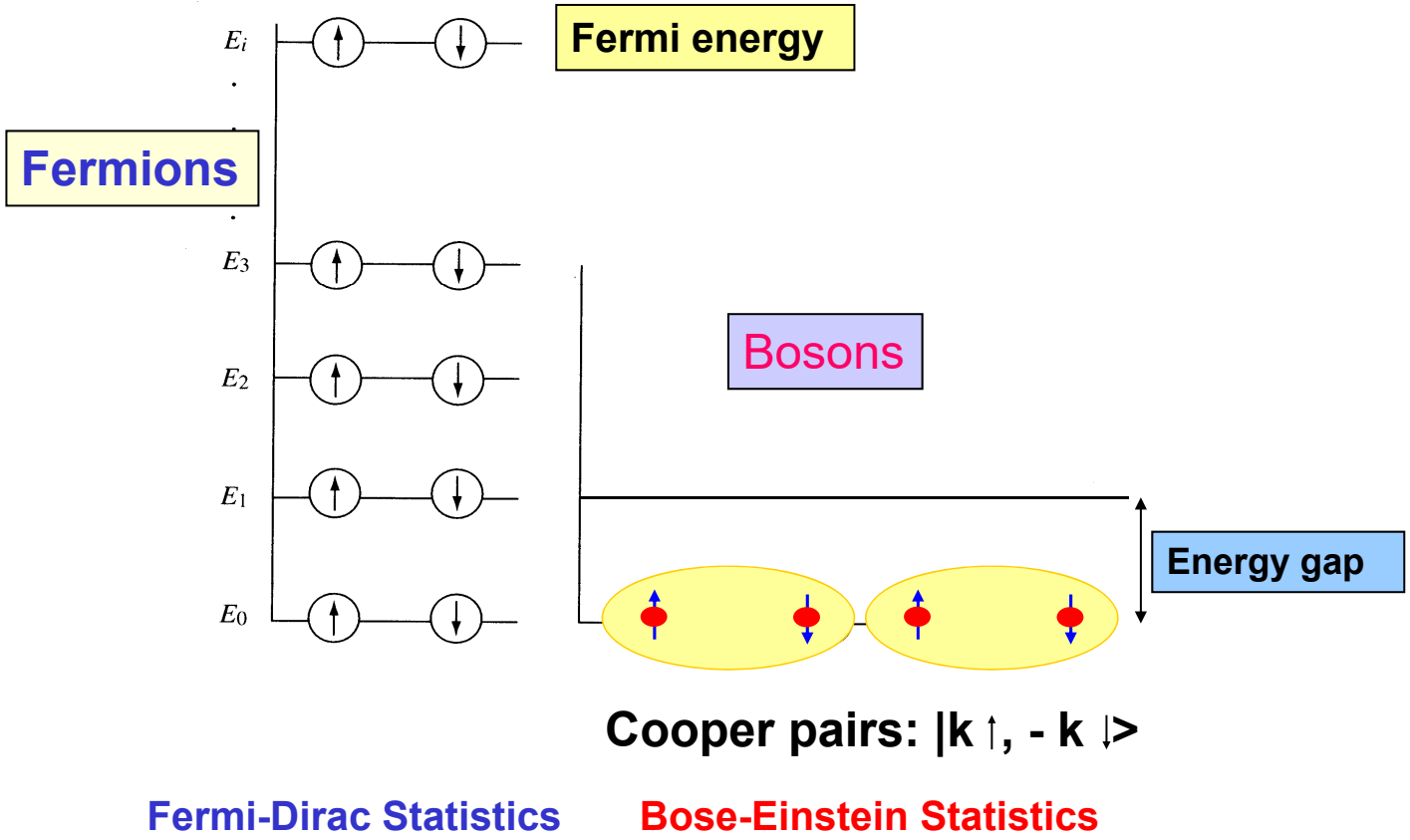
Nobel Prize (1972)

電子2個が対をつかって  
運動 (クーパー対を形成)

電子—格子相互作用を  
媒介とした電子間引力



# Concept for Superconductivity



二つの粒子の波動関数を  $\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  とする。粒子を入れ換えても見分けがつかないから  $\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  と  $\varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$  とは物理量を計算するとき全く同じ結果をもたらさねばならない。たとえば第1の粒子が  $\mathbf{r}_1$  にあり第2の粒子が  $\mathbf{r}_2$  に居る確率と、第1の粒子が  $\mathbf{r}_2$  に居り第2の粒子が  $\mathbf{r}_1$  に居る確率は等しくなければならない。式で書くと

$$\varphi^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \varphi^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \quad (4-3-3)$$

である。これが満たされるには  $|c|=1$  である定数  $c$  を使って

$$\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = c\varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \quad (4-3-4)$$

でなければならない。(4-3-4) を二度使うと

$$\varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = c(c\varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)) = c^2\varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \quad (4-3-5)$$

したがって

$$c^2 = 1 \quad c = \pm 1 \quad (4-3-6)$$



でなければならない。つまり、二粒子の波動関数は粒子の入換えについてそのままに止まるものと符号が変わるものがある。もっと一般的に、多粒子の波動関数は粒子の座標の入換えに対して対称なものと反対称なものがある。

ところで、前節は二粒子の波動関数を

$$\varphi_1(\mathbf{r}_1)\varphi_2(\mathbf{r}_2)$$

とした。粒子を入れ換えて

$$\varphi_1(\mathbf{r}_2)\varphi_2(\mathbf{r}_1)$$

も波動関数であるから、二粒子の Schrödinger 方程式の解を

$$\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_1(\mathbf{r}_1)\varphi_2(\mathbf{r}_2) \pm \varphi_1(\mathbf{r}_2)\varphi_2(\mathbf{r}_1)) \quad (4-3-7)$$

とおいてみる。 $\mathbf{r}_1$  と  $\mathbf{r}_2$  を入れ換えると

$$\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \pm \varphi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \quad (4-3-8)$$

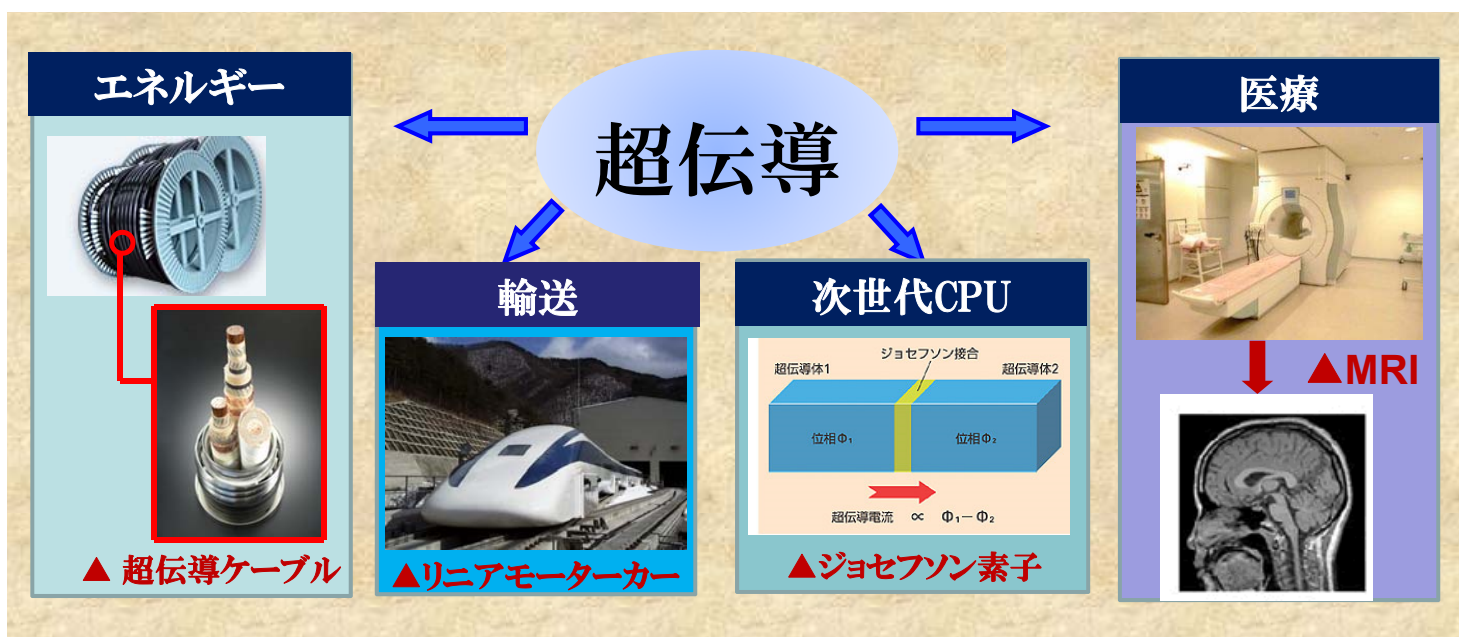
になっていて (4-3-6) を満足していることがわかる。(4-3-7) で  $\varphi_1 = \varphi_2$  としてみると

$$\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \begin{cases} 0 \\ \sqrt{2} \varphi_1(\mathbf{r}_1)\varphi_1(\mathbf{r}_2) \end{cases} \quad (4-3-9)$$

ゼロになる方は、一つの固有状態に二つの粒子が入れないことを意味している。そこで Pauli の排他律を思い出すと  $c = -1$  に従う粒子が Fermi 粒子であることがわかる†。そうすると  $c = +1$  の方は Bose 粒子であることになる。

# 永久磁石と超伝導の科学技術 - 未来に向けて -

## 超伝導の応用：イノベーションへ



超伝導は低温にならないと発現しない

冷却に莫大なコストを消費

室温で超伝導になる  
物質が必要

# 超伝導 リニアモーターカー



JRマグレブ  
MLX01-2

鉄道として世界最高  
581 km/h  
東京～大阪間約1時間

JR東海 より

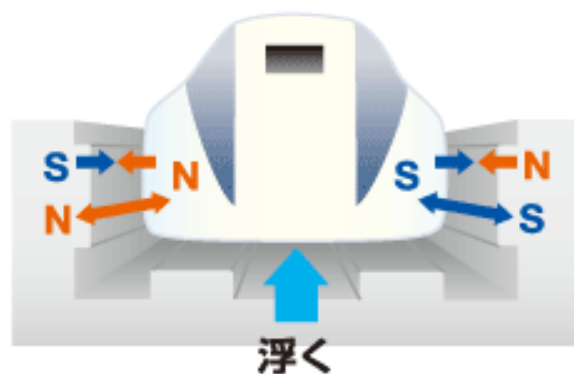
## リニア中央新幹線のルート図



2014年度に着工。  
東京—名古屋間で  
2027年に開業。  
2045年には大阪ま  
で延伸

朝日新聞より転載  
2011年4月21日

"超伝導"磁石を搭載



## 身近な磁石の応用としてMRI

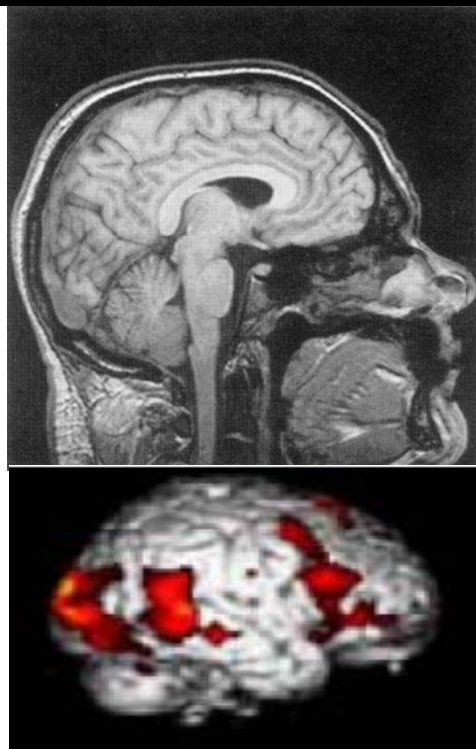
核磁気共鳴画像診断技術  
(Magnetic Resonance Imaging)

### 超伝導磁石型MRI装置



物質科学+イメージング技術  
+システム技術の所産

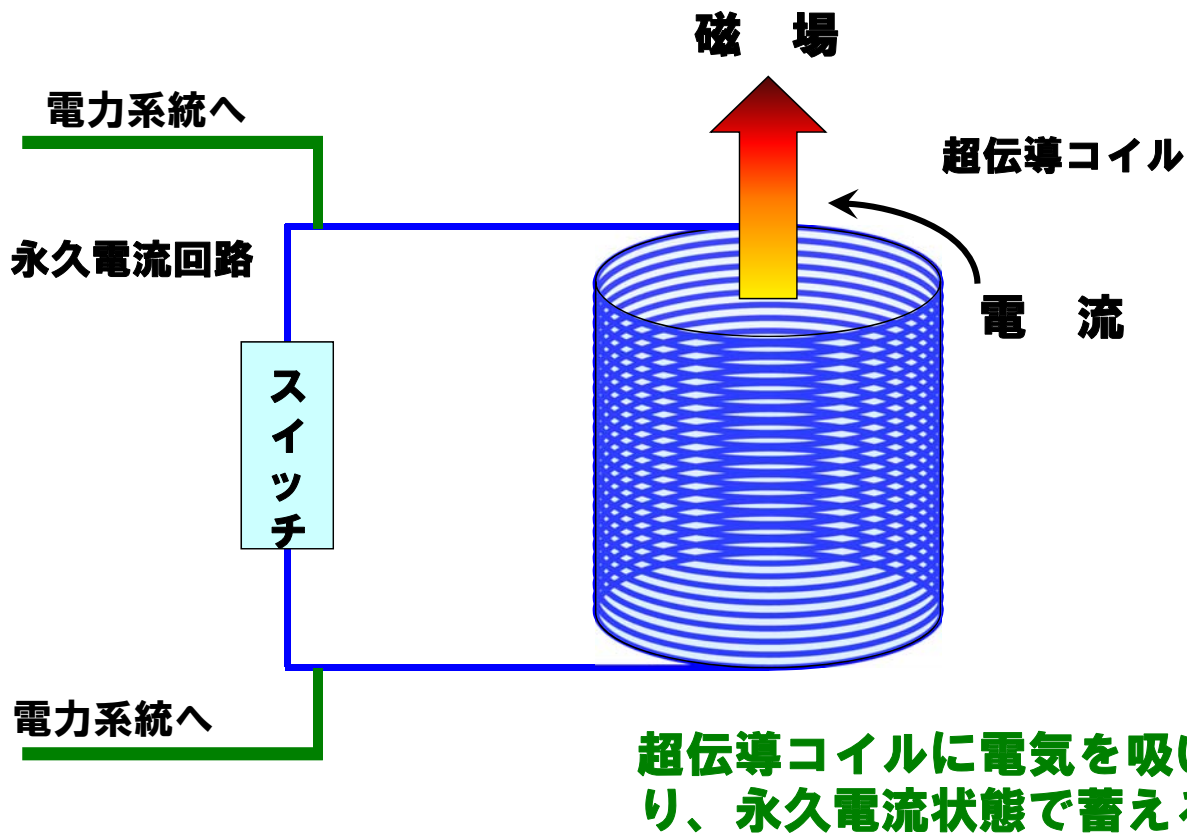
## MRIによる脳の画像



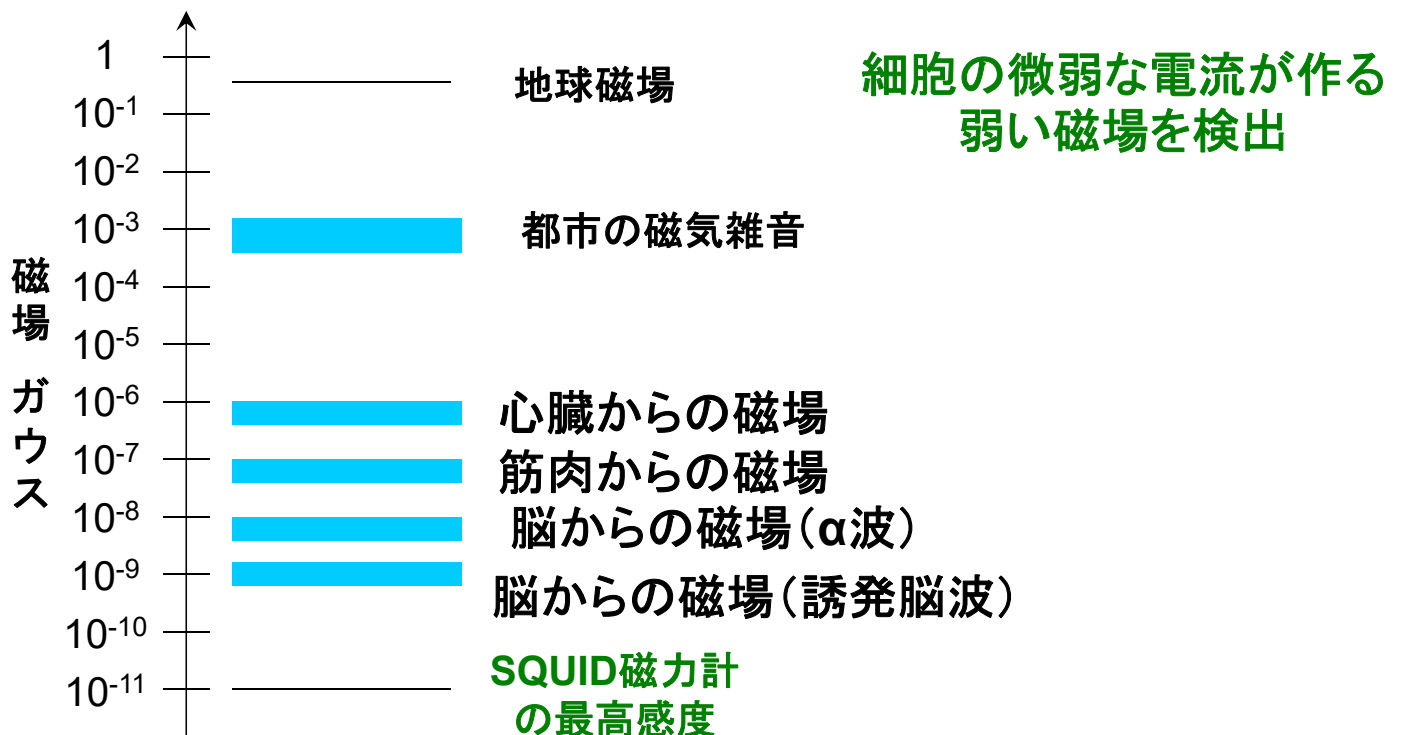
還元へムたんぱくの常磁性の鉄の  
電子スピンによる原子核スピン緩和機構  
機能的MRI (脳活動の可視化)

→ 脳科学の発展

# 超伝導電力貯蔵



# 脳や心臓からの微弱な磁気を計測





# 銅酸化物高温超伝導体の発見

1986 Bednorz & Müller

銅酸化物 ( $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ ) で超伝導

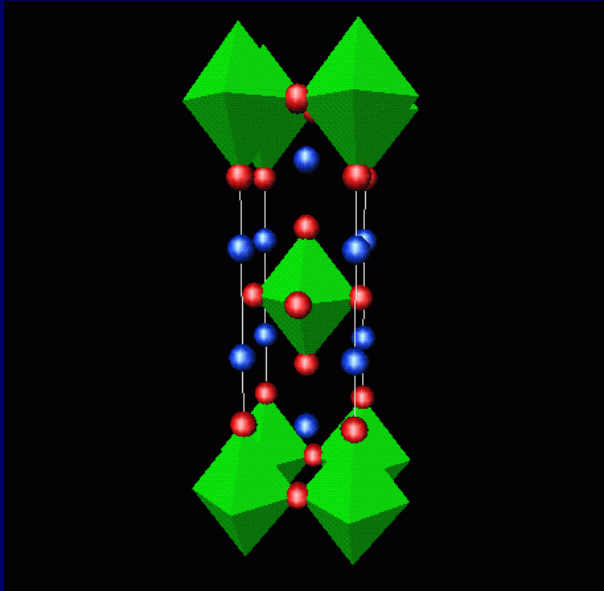
$T_c \sim 30 \text{ K}$



Bednorz

Müller

ノーベル物理学賞 (1987)



従来の超伝導の常識を覆す発見!

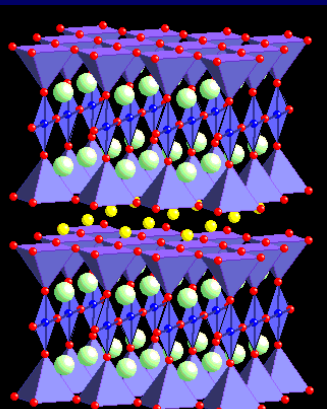
セラミクス(電気を通さない)を母体とした物質で超伝導が出たことの驚き

従来超伝導を壊すと理解されていた磁性に近いところでのみ超伝導が発現することの驚き

# 液体窒素に浸して超伝導!

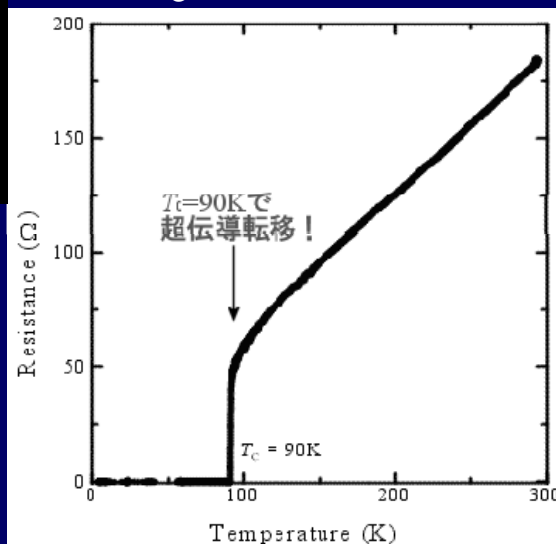
1987 銅酸化物  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-y}$  で超伝導

Chu



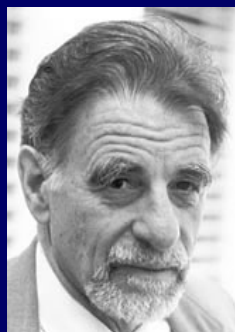
安価な低温寒剤  
液体窒素 (77K) で起こる

$T_c > 90 \text{ K}$





# 銅酸化物高温超伝導物質の発見と室温超伝導の可能性



Bednorz

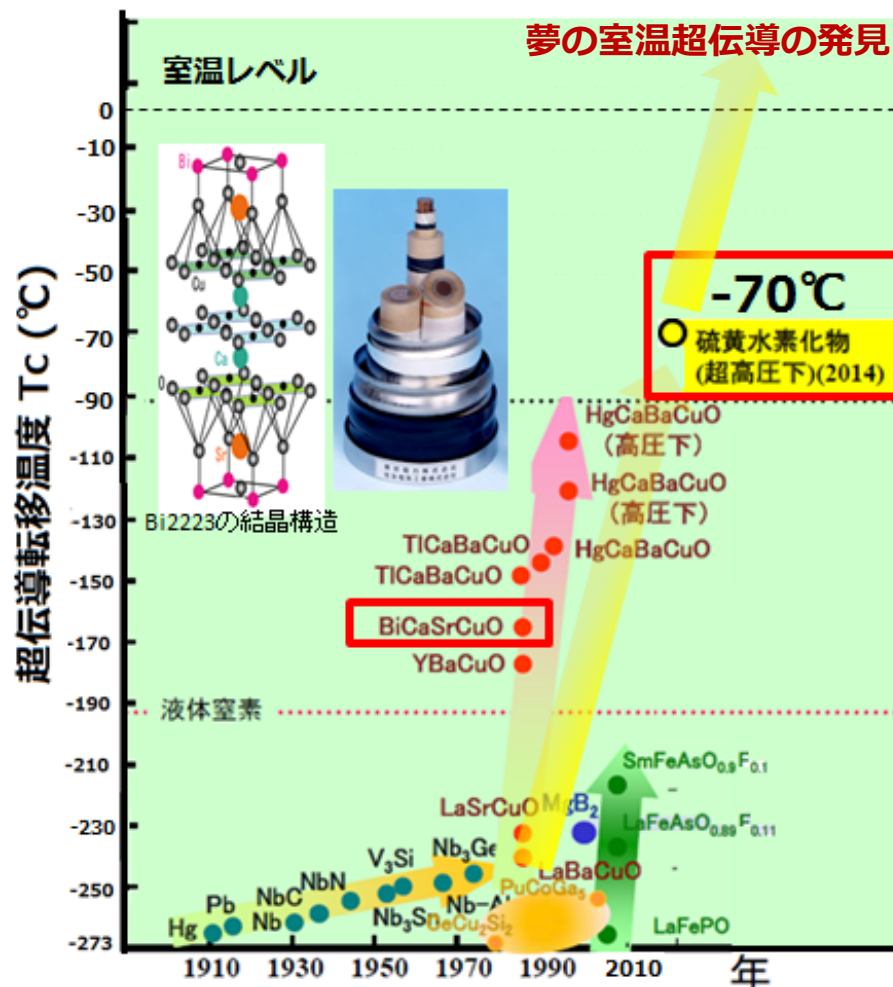
Müller

Nobel Prize (1987)

安価な低温寒剤・液体窒素

77Kを超えて起こる

高温超伝導の歴史

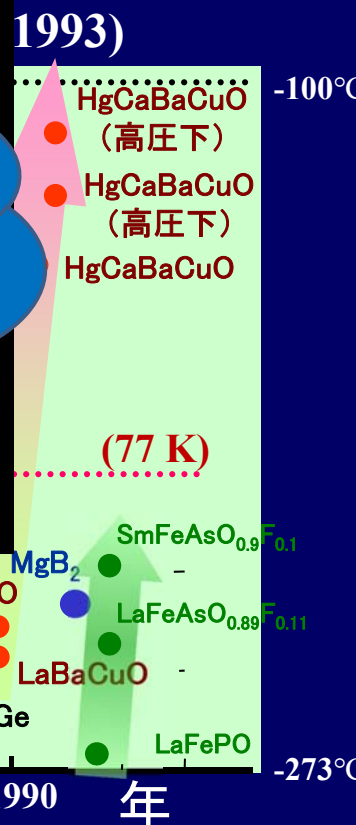


## 室温超伝導物質の発見を目指して

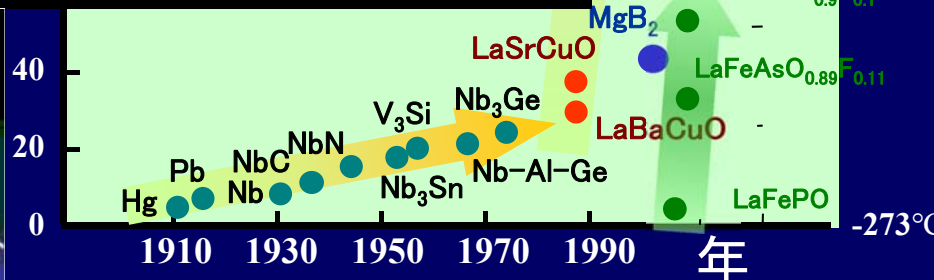
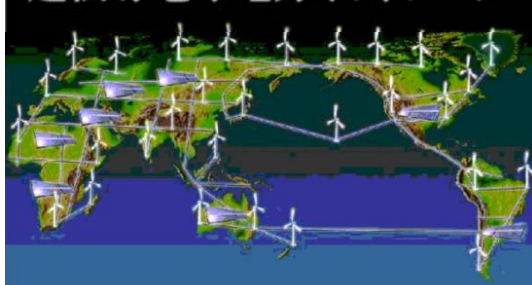
世界最高性能 高温超伝導材料

物性(物質)科学は  
21世紀の知の宝庫!

目指せ! 夢の室温超伝導物質の発見



### 超伝導地球電力ネットワーク



# 超伝導の応用



## リニアモーターカー

鉄道として世界最高の581km/hを記録



JR東海 HPより

### 産業・輸送

リニアモーターカー  
超伝導船(モーター)  
Si単結晶引き上げ装置  
SQUID異物検査装置

### 医療・診断

MRI  
SQUID心磁計  
SQUID脳磁計  
免疫診断装置



MRI  
(磁気共鳴画像法)

### エネルギー

発電機 変圧器  
限流器 ケーブル  
電力貯蔵 核融合



三心一括型超伝導ケーブルの構造



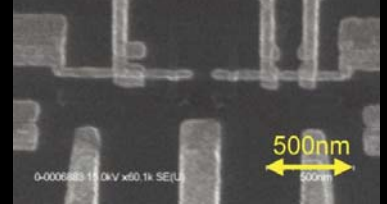
東芝 科学館1F 展示物

住友電工 HPより  
<http://www.sei.co.jp/super/>

### 情報・通信

フィルター A/D変換器  
サンプラー ルーター  
コンピューター

超伝導薄膜を用いた量子コンピューターへ向けて

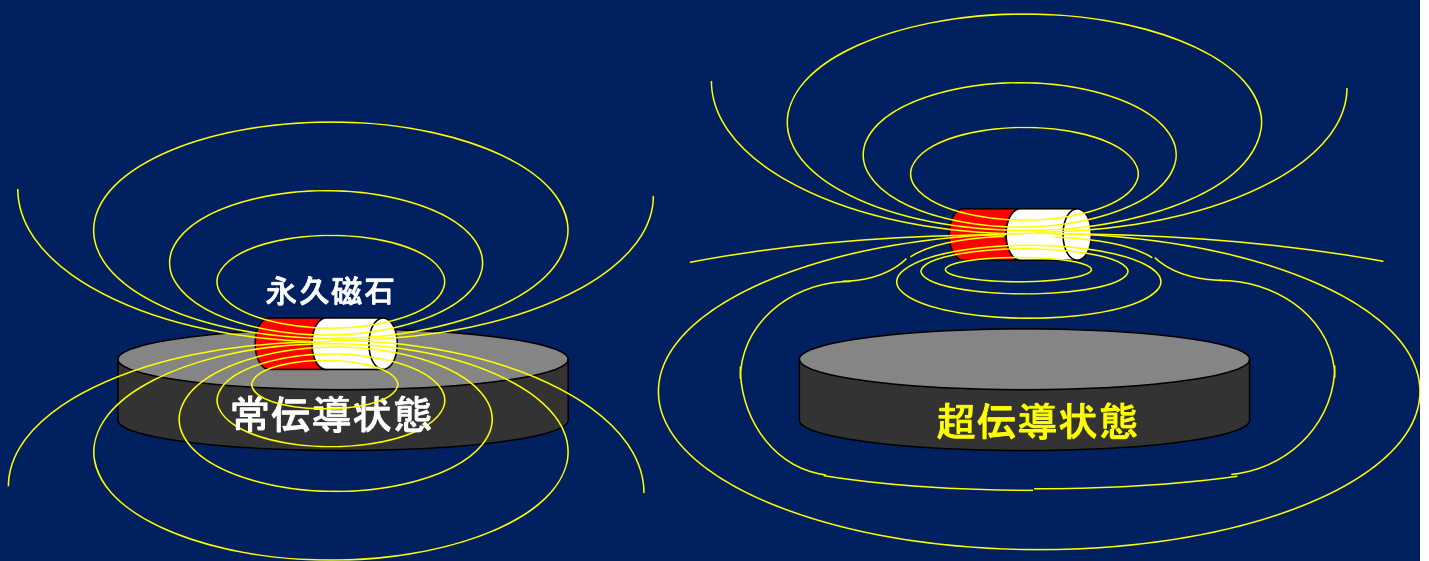


理研HPより [http://www.riken.go.jp/s-world/dream/science/ct2/body\\_j.html](http://www.riken.go.jp/s-world/dream/science/ct2/body_j.html)

### 科学

電磁波検出器  
粒子加速器  
NMR

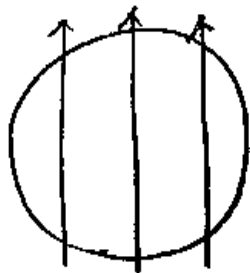
# 超伝導による磁気浮上



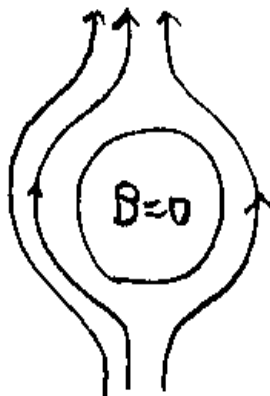
反発力と磁石自身の重力  
のつり合いで浮上

# 超伝導の現象論

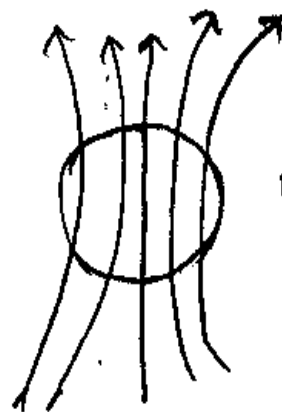
完全反磁性 (マイスナー効果)



常伝導体



超伝導体



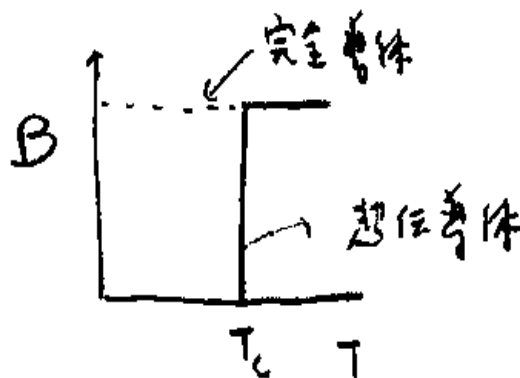
強磁性体

$$B = \mu_0(H + M)$$

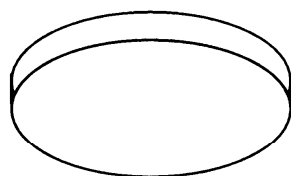
完全導体:  $\vec{E} = 0$ ,

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \rightarrow \vec{B} = \text{一定.}$$

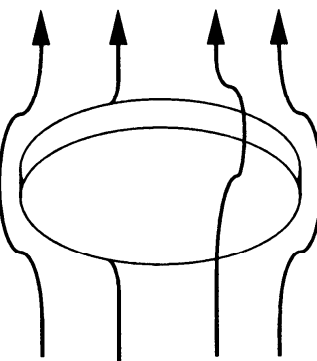


(a)



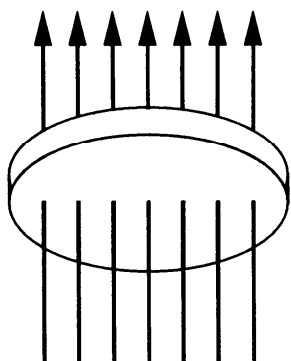
完全導電性  
完全反磁性

(b)



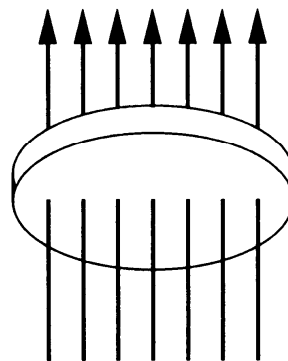
完全反磁性

(c)



完全導電性

(d)



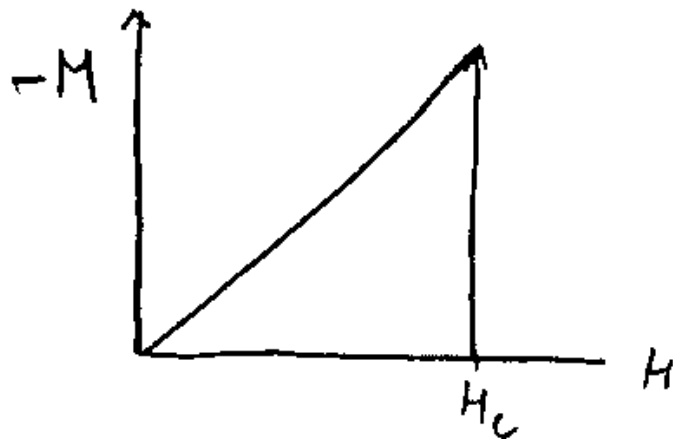
常伝導

超伝導

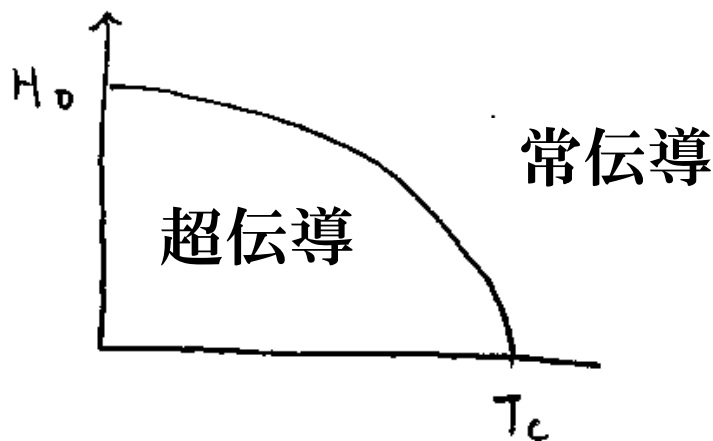
$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{B} = 0, \quad \vec{M} = -\vec{H}, \quad \chi = -1$$

臨界磁場 ( $H_c$ )



$$H_c \simeq H_0 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$



## 超伝導の現象論

熱力学的現象論 ( $T$ と $H$ を変数)

熱力学の復習

$$dU = TdS - PdV$$

$$dU = TdS + HdM$$

$$F = U - TS$$

$$dF = dU - TdS - SdT$$

$$dF = dU - TdS - SdT$$

$$dF = -PdV - SdT$$

$$dF = HdM - SdT$$

$$G = F + PV$$

$$G = F - HM$$

$$dG = dF + PdV + VdP$$

$$dG = dF - HdM - MdH$$

$$dG = -SdT + VdP$$

$$dG = -SdT - MdH$$

$$G(T, H) = G(T, 0) - \int_0^H MdH$$

$$H < H_c, M = -H$$

$$G_s(T, H) = G_s(T, 0) + \frac{1}{2}H^2$$

常伝導 :  $M \simeq 0$

$$G_n(T, H) = G_n(T, 0) = G_n(T)$$

$$G_s(T, H_c(T)) = G_n(T)$$

$$G_n(T) = G_s(T, 0) + \frac{1}{2}H_c^2$$

$$S = - \left( \frac{\partial G}{\partial T} \right)_H, \quad S_s - S_n = \left( \frac{\partial G_n}{\partial T} \right) - \left( \frac{\partial G_s}{\partial T} \right) = H_c \frac{\partial H_c}{\partial T} < 0$$

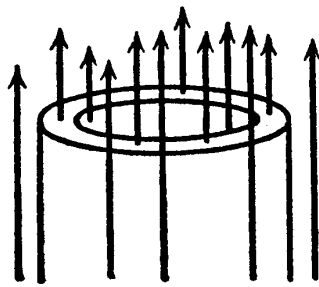
$S_s < S_n$  : 超伝導の秩序度が大きい。

$T_c$ で  $H_c=0$

潜熱 :  $\Delta Q = T\Delta S = T_c[S_n(T_c) - S_s(T_c)] = 0$

二次の相転移

## レポート 1

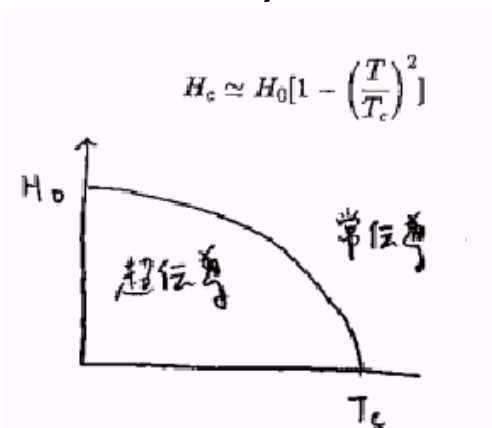


(a)

1. 左図のような円筒の超伝導体がある。
  - a. 常伝導状態で磁場中に置いて超伝導状態にした場合の磁束線の分布を模式的に描け。また、外側面と内側面に流れている電流の方向を描け。
  - b. 磁場を取り去った後の磁束線の分布を模式的に描け。その理由も書け。

2. 比熱(C)は、エントロピー(S)を用いて、

$C = T(dS/dT)$  と表されることを用いて以下の問題に答えよ。



$T = T_c$ 、での比熱のとび

$$\Delta C = C_s - C_n$$

を  $T_c$ と  $H_0$ で表せ。